HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 1

BÀI I

1

a) Bảng thống kê số giờ truy cập Internet của các hộ gia đình như sau:

Thời gian truy cập Internet	Từ 0-5h	Từ 5-15h	Từ 15-30h	Từ 30-50h	Từ 50-60h
Số hộ	17	26	35	45	25

b) Tổng số hộ gia đình là: $17+26+35+45+25=148$ (hộ)

Số hộ gia đình sử dụng từ 50h trở lên chiếm số phần trăm là: $25:148.100\% \approx 16,89\%$

2

Không gian mẫu $\Omega=\{(1,1);(1,2);(1,3);...;(10,9);(10,10)\}$. Ta có $n(\Omega)=100$

a) Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố **A** là $(1,1);(2,2);...;(10;10)$

Vậy xác suất xảy ra của biến cố **A** là: $P(A)=\dfrac{10}{100}=\dfrac{1}{10}$

b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố **B** là $(10,9);(9;10)$

Vậy xác suất xảy ra của biến cố **B** là: $P(B)=\dfrac{2}{100}=\dfrac{1}{50}$

BÀI II

a) Thay $x = \frac{1}{4}$ (TM) vào **A** ta có: $A = \dfrac{\frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4}}+1} = \dfrac{1}{6}$

b) $B = \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{1}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{x+5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \dfrac{3(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}+1)+x+5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \dfrac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$

$= \dfrac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ (ĐPCM)

c) $P = A.B = \dfrac{x}{\sqrt{x}-1}$

$P \le 2 \Rightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x}-1} \le 2$

$\dfrac{x}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} \le 0$

$\dfrac{x-2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \le 0$

Mà $x - 2\sqrt{x} + 2 = (\sqrt{x}-1)^2 + 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 < 0$.

Giải được x < 1

Kết hợp ĐKXĐ $\Rightarrow 0 \le x < 1$.

BÀI III

1

Gọi **x** là số tiền chị Hà mua trái phiếu doanh nghiệp và **y** là số tiền gửi vào ngân hàng (triệu đồng). Điều kiện x > 0 và y > 0.

Tổng số tiền chị Hà gửi là 500 triệu đồng nên ta có phương trình: x + y = 500 **(1)**

Số tiền lãi thu được ở mua trái phiếu là: $x.\dfrac{4,1}{100}$ (triệu đồng).

Số tiền lãi thu được ở ngân hàng thứ hai là: $y.\dfrac{5,3}{100}$ (triệu đồng).

Vì số tiền lãi thu được là 24,1 triệu đồng nên ta có phương trình: $x.\dfrac{4,1}{100} + y.\dfrac{5,3}{100} = 24,1$ **(2)**

Từ **(1)** và **(2)** có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 500 \\ 41x + 53y = 24100 \end{cases}$. Giải hệ ta được x=200, y=300 (TMĐK)

Vậy chị Hà mua trái phiếu 200 triệu đồng và gửi ngân hàng 300 triệu đồng.

2

Gọi số xe công ty dự định dùng ban đầu là **x** (xe). Điều kiện: $x \in N^*, x > 4$

Số lượng vải mỗi xe chở theo dự định là: $\frac{60}{x}$ (tấn)

Số xe trong thực thế là **x - 4** (xe). Số lượng vải mỗi xe chở trong thực tế là: $\frac{60}{x-4}$ (tấn)

Vì mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn vải nữa mới hết nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-4} - \frac{60}{x} = \frac{1}{2}$$

$$60.2x - 60.2(x-4) = (x-4)x$$

$$x^2 - 4x - 480 = 0$$

Giải phương trình ta được: x = -20 (KTM); x = 24 (TMĐK);

Vậy số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là 15 sản phẩm.

3

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d: $x^2 - (3-m)x - 8 = 0 (1)$

Vì $a.c < 0$ nên PT (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2$ suy ra (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$

Theo định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -8 \end{cases}$

Vì tổng khoảng cách từ A và B đến Oy bằng 9 nên $|x_1| + |x_2| = 9$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2|x_1x_2| = 81$$
$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2|x_1x_2| = 81$$

$$(3-m)^2 + 32 = 81$$

$$\left[\begin{array}{l} m = 10 \\ m = -4 \end{array}\right. (TM)$$

BÀI IV

1

Diện tích giấy màu cần dùng là S = 100.h.2πR

Thay số ta được $S \approx 50 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 15 = 565200cm^2$ = $28,26m^2$

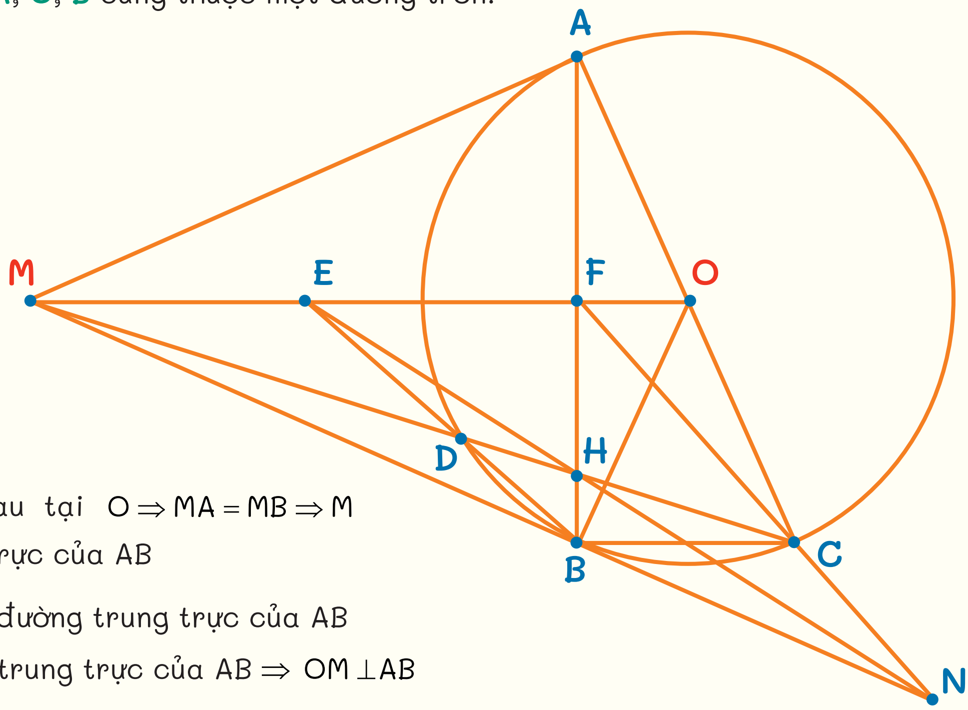
Vậy diện tích giấy màu cần dùng xấp xỉ bằng $28,26m^2$.

2

a) MA là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow \widehat{MAO} = 90^\circ \Rightarrow \Delta MAO$ vuông tại A $\Rightarrow$ M, A, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO **(1)**

MB là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow \widehat{MBO} = 90^\circ \Rightarrow \Delta MBO$ vuông tại A $\Rightarrow$ MBO cùng thuộc đường tròn đường kính MO **(2)**

Từ **(1)**, **(2)** suy ra **M**, **A**, **O**, **B** cùng thuộc một đường tròn.



b) MA, MB cắt nhau tại O $\Rightarrow$ MA = MB $\Rightarrow$ M thuộc đường trung trực của AB

OA = OB $\Rightarrow$ O thuộc đường trung trực của AB

Suy ra OM là đường trung trực của AB $\Rightarrow$ $OM \perp AB$

Mặt khác ta có $\widehat{ABC} = 90^\circ \Rightarrow BC \perp AB$

Suy ra OM // BC.

Có AMBO là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BMO} = \widehat{OAB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BO)

Có $\widehat{BDC} = \widehat{BAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC). Mặt khác $\widehat{MDE} = \widehat{BDC}$ (2 góc đối đỉnh)

Suy ra $\widehat{MDE} = \widehat{BME}$. Chứng minh được ΔMED = ΔBEM (g-g) $\Rightarrow \dfrac{ME}{BE} = \dfrac{ED}{EM} \Rightarrow EM^2 = EB.ED$

c) Có $MB^2 = MC.MD$ và $MB^2 = MF.MO$ (chứng minh từ hai cặp tam giác đồng dạng)

Suy ra MC.MD = MF.MO $\Rightarrow$ ΔMDF = ΔMCO $\Rightarrow \widehat{MFD} = \widehat{MCO}$

Mà $\widehat{MCA} = \widehat{DBA}$ (cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{EBF} \Rightarrow$ ΔEFD ~ ΔEBF (g-g)

$\Rightarrow$ EF2 = ED.EB = ME2 $\Rightarrow$ EF = ME $\Rightarrow$ E là trung điểm của MF.

Gọi I là giao điểm của BC và EN. Vì MO // BC, chứng minh được I là trung điểm BC.

Gọi N' là giao điểm của CF và MB.

ΔN'MF ~ ΔN'BC (g-g) $\Rightarrow \dfrac{MF}{BC} = \dfrac{N'F}{N'C} \Rightarrow \dfrac{FE}{CI} = \dfrac{N'F}{N'C}$ và $\widehat{EFN'} = \widehat{BCN'}$

$\Rightarrow$ ΔFEN' ~ ΔCIN' (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{FN'E} = \widehat{CN'I} \Rightarrow$ E, H, N' thẳng hàng.

Vậy N' trùng N, suy ra ĐPCM.

BÀI V

Theo đề bài ta có điều kiện x + y =15

Diện tích tấm bìa ban đầu là: $S_1 = (x+y)^2$ (cm²)

Diện tích tấm bìa còn lại sau khi cắt là: $S = (x+y)^2 - 2xy = x^2 + y^2$ (cm²)

Với $1 \leqslant y \leqslant 6$ và $x + y = 15 \Rightarrow 1 \leqslant 15 - x \leqslant 6 \Rightarrow 9 \leqslant x \leqslant 14$

Thay y = 15 – x vào S, ta có:

$$S = x^2 + (15-x)^2 = 2x^2 - 30x + 225$$

$$2S = 4x^2 - 60x + 45 = (2x-15)^2 + 225$$

Có $9 \leqslant x \leqslant 14$

$3 \leqslant 2x - 15 \leqslant 13$

$3 \leqslant (2x - 15)^2 \leqslant 169$

$234 \leqslant (2x - 15)^2 + 225 \leqslant 394$

$117 \leqslant S \leqslant 197$

Giá trị nhỏ nhất của S là 117cm² khi $x = 9 \Rightarrow y = 6$.

Giá trị nhỏ nhất của S là 197cm² khi $x = 14 \Rightarrow y = 1$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 2

BÀI I

1

Tần số ghép nhóm của [25;30) là 12.

Tần số ghép nhóm tương đối của [25;30) là $\frac{12}{40}.100\% = 30\%$

2

Không gian mẫu $\Omega = \{(1,1);(1,2);(1,3);...;(6,5);(6,6)\}$. Ta có $n(\Omega) = 36$.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố là (1,1);(1,2);(2,1)

Vậy xác suất xảy ra của biến cố là: $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

BÀI II

a) Thay x = 9 (TM ĐKXĐ) vào **Q** ta có: $Q = \frac{\sqrt{9}+3}{\sqrt{9}+1} = \frac{3}{2}$

b) $P = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$

$= \frac{\sqrt{x}-1+x+2\sqrt{x}-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$

c) $M = P.Q = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

Có $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow M \leq \frac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi x = 0 (TMĐK)

BÀI III

1

Gọi số sản phẩm tổ 1 làm được tháng trước là **x** (sản phẩm), $x \in \mathbb{N}^*$

Gọi số sản phẩm tổ 2 làm được tháng trước là **y** (sản phẩm), $y \in \mathbb{N}^*$

Vì tháng trước cả hai tổ làm được 500 sản phẩm nên ta có:

Tháng này số sản phẩm của tổ 1 làm được tăng 20% nên làm được x + 20%.x = 1,2x (sản phẩm).

Tháng này số sản phẩm của tổ 2 làm được giảm 10% nên làm được y – 10%.y = 0,9y (sản phẩm).

Tổng số sản phẩm của hai tổ trong tháng này tăng 46 so với tháng trước nên ta có phương trình: 1,2x + 0,9y = 546

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 1,2x + 0,9y = 546 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 320 \\ y = 180 \end{cases} \text{(TM)}$$

Trả lời: Tháng này tổ 1 làm được 1,2.320 = 384 (sản phẩm)

tổ 2 làm được 0,9.180 = 162 (sản phẩm).

2

Nửa chu vi mảnh vườn là 18m.

Gọi chiều rộng của mảnh vườn ban đầu là **x** (m). Điều kiện x > 2

Chiều dài của mảnh vườn ban đầu là: 18 – x (m)

Diện tích ban đầu của mảnh vườn là: x(18 – x) (m^2)

Chiều dài sau khi tăng thêm 2 lần là: 2.(18 – x) (m)

Chiều rộng sau khi giảm đi 2m là: x – 2 (m)

Diện tích mảnh vườn lúc sau là: 2.(18 – x)(x – 2) m^2

Theo đề bài ta có phương trình: $2.(18 - x)(x - 2) - x(18 - x) = 40$

$$x^2 - 22x + 112 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 8$; $x = 14$

Với $x = 10$ Chiều dài mảnh đất là: $18 - 8 = 10$m (TM)

Với $x = 14$ Chiều dài mảnh đất là: $18 - 14 = 4 < 14$ (Loại)

3

$\Delta = 4(m^2 + 2m + 1) - 4(2m + 1) = 4m^2 + 1 > 0$ với mọi m.

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = 2m+1 \end{cases}$

Theo đề bài ta có: $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 \geqslant x_1 + x_2 - 4$

$(x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 \geqslant x_1 + x_2 - 4$

$4(m + 1)^2 - 5(2m + 1) \geqslant 2(m + 1) - 4$

$4m^2 - 4m + 1 \geqslant 0$

$(2m - 1)^2$ với mọi m

Vậy $m \in \mathbb{R}$.

BÀI IV

1

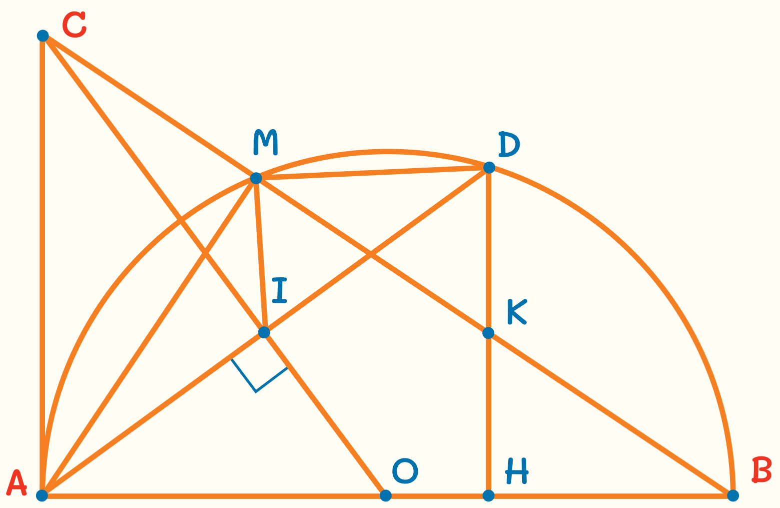
a) Diện tích nhôm để làm vỏ lon là:

$S_1 = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2.3,14.3,2.8,8 + 2.3,14.3,2^2.2 = 241,152\text{cm}^2$

b) Diện tích nhôm để làm vỏ lon mới là: $S_2 = 2.3,14.2,5.12 + 2.3,14.2,5^2 = 227,65\text{cm}^2$

Vì $S_1 > S_2$ nên làm vỏ lon theo mẫu mới sẽ tiết kiệm nguyên liệu hơn.

2



a) $\widehat{CIA} = 90^o \Rightarrow \Delta CIA$ vuông tại I $\Rightarrow$ C, I, A cùng thuộc đường tròn đường kính CA **(1)**

$\widehat{AMB} = 90^o \Rightarrow \widehat{AMC} = 90^o \Rightarrow \Delta AMC$ vuông tại M $\Rightarrow$ M, A, C cùng thuộc đường tròn đường kính CA **(2)**

Từ **(1)**, **(2)** suy ra **ACMI** là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{ABM} = \widehat{ADM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AM của (O)).

$\widehat{IAM} = \widehat{ICM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IM).

Suy ra ΔADM đồng dạng ΔCBO.

Ta có $\widehat{IMK} = \widehat{CAD}$ (cùng cộng góc $\widehat{CMI}$ bằng 180°). Mặt khác vì DH // CA nên $\widehat{ADH} = \widehat{CAD}$

Suy ra $\widehat{IMK} = \widehat{ADH}$

c) Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ABC có BC = $\sqrt{CA^2 + 4R^2}$

$\Delta AMB \sim \Delta CAB$ (g.g) $\Rightarrow MB.BC = AB^2 \Rightarrow MB = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{4R^2}{\sqrt{CA^2 + 4R^2}}$

Có $4MB + CB = 4.4.\dfrac{4R^2}{\sqrt{CA^2 + 4R^2}} + \sqrt{CA^2 + 4R^2} \geq 2.\sqrt{4.\dfrac{4R^2}{\sqrt{CA^2 + 4R^2}}.\sqrt{CA^2 + 4R^2}} = 8R$

Đẳng thức xảy ra khi $4.\dfrac{4R^2}{\sqrt{CA^2 + 4R^2}} = \sqrt{CA^2 + 4R^2} \Rightarrow CA^2 + 4R^2 = 16R^2 \Rightarrow CA = 2\sqrt{3}R$

BÀI V

Với mọi x > 0; y > 0 ta có $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0$ hay $x - 2\sqrt{xy} + y \geq 0$ từ đó suy ra $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ **(*)**. Dấu đẳng thức xảy ra khi x = y.

Gọi độ dài cạnh đáy của bồn chứa nước là **a** (m), a > 0.

Gọi độ dài chiều cao của bồn chứa nước là **b** (m), b > 0.

Thể tích của bồn là $18m^3$ nên ta có $a^2b = 18$. Suy ra $ab = \frac{18}{a}$.

Diện tích đáy bồn chứa nước là a^2 (m^2).

Chi phí inox làm đáy bồn là: $80a^2$ (nghìn đồng)

Chi phí inox làm các mặt xung quanh là: 60.4ab = 240ab (nghìn đồng).

Tổng chi phí mua nguyên liệu là:

Có $T = 80a^2 + 240ab = 80a^2 + 240\frac{18}{a} = 800a^2 + \frac{4320}{a}$ (nghìn đồng).

Để chi phí nhỏ nhất thì:

$T = 80a^2 + \frac{4320}{a} = 80\left(a^2 + \frac{54}{a}\right) = 80\left[(a-3)^2 + 6a + \frac{54}{a} - 9\right]$ đạt GTNN.

Áp dụng **(*)** ta có $6a + \frac{54}{a} \geq 2\sqrt{6a \cdot \frac{54}{a}} = 36$, dấu đẳng thức xảy ra khi $6a = \frac{54}{a} \Rightarrow a^2 = 9$.

Mặt khác $(a-3)^2 \geq 0$ với mọi a, dấu đẳng thức xảy ra khi a = 3.

Do đó $T \geq 80.(0 + 36 - 9) = 2160$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 3 \\ 6a = \frac{54}{a} \end{cases}$ **(I)**

Từ **(I)** tính được a = 3 (thỏa mãn điều kiện).

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 3

BÀI I

1

Bảng tần số ghép nhóm tương ứng là:

Số km xe đã di chuyển	[100;120)	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200)
Tần số tương đối	15%	20%	35%	10%	20%

2

Không gian mẫu gồm 8 phần tử.

Các số thỏa mãn đề bài là: 2, 3, 4, 5 ,7, 8 nên có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố là $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

BÀI II

a) Thay x = 36 (tmđk) ta có: $A = \dfrac{\sqrt{36}-2}{\sqrt{36}+3} = \dfrac{4}{9}$

b) $B = \dfrac{x+9}{x-9} + \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{3}{\sqrt{x}-3} = \dfrac{x+9+2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)-3(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \dfrac{x+9+2x-6\sqrt{x}-3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$

$= \dfrac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \dfrac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ (ĐPCM)

c) $P = A : B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} : \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \dfrac{\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}}$

ĐKXĐ của $\sqrt{P}$ là $P > 0$. Giải $\dfrac{\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}} \geq 0$. Vì $3\sqrt{x} > 0$ nên $\sqrt{x}-2 > 0$. Ta được $x > 4$

$\sqrt{P} < \dfrac{1}{2} \Rightarrow P < \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{4\left(\sqrt{x}-2\right)-1.3\sqrt{x}}{3\sqrt{x}.4} < 0 \Rightarrow \sqrt{x}-8 < 0$. Giải được x < 64.

Kết hợp với điều kiện xác định ta được 4 < x < 64 và x ≠ 9

BÀI III

1

Gọi thời gian đội một, đội hai làm riêng hoàn thành công việc lần lượt là **x**, **y** (ngày)

($x, y \in \mathbb{N}^*$; $y > x$; $y > 9$)

Coi toàn bộ công việc là 1 (đơn vị)

Năng suất của đội một, đội hai lần lượt là: $\dfrac{1}{x};\dfrac{1}{y}$ (cv/ngày)

Khi đó sau 20 ngày, đội một, đội hai sẽ hoàn thành: $\dfrac{20}{x};\dfrac{20}{y}$ (cv)

Vì hai đội làm chung sau 20 ngày hoàn thành công việc, nên ta có phương trình: $\dfrac{20}{x}+\dfrac{20}{y} = 1$ (1)

Vì nếu làm riêng, đội một hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 9 ngày nên ta có phương trình:

$y - x = 9$ (2)

Từ (1), (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{20}{x}+\dfrac{20}{y} = 1 \\ y - x = 9 \end{cases}$

Giải hpt, tìm được x = 36 (TM), y = 45 (TM).

2

Gọi vận tốc của ô tô con là **x** (km/h). Điều kiện $x > 0$

Vận tốc của ô tô khách là: $x + 10$ (km/h)

Thời gian ô tô con đi hết quãng đường là: $\dfrac{360}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô khách đi hết quãng đường là: $\dfrac{360}{x+10}$ (giờ)

Đổi 48 phút = $\dfrac{4}{5}$ giờ. Theo đề bài ta có phương trình: $\dfrac{360}{x} - \dfrac{360}{x+4} = \dfrac{4}{5}$

$$90.5(x + 4) - 90.5x = x(x + 5)$$

$$x^2 + 5x - 1800 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 40$ (TM), $x = -45$ (KTM)

Vậy vận tốc của xe con là 40km/h vận tốc của xe khách là 50km/h.

3

a) $\Delta = 4m^2 - 4m + 8 = (4m^2 - 4m + 1) + 7 = (2m - 1)^2 + 7 > 0$ với mọi m

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Theo định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m - 2 \end{cases}$

$$M = \frac{-31}{x_1^2 + x_2^2 - 10x_2} = \frac{-31}{(x_1 + x_2)^2 - 12x_1x_2} = \frac{-31}{4m^2 - 12m + 24} = \frac{-31}{(2m-3)^2 + 15}$$

Có $(2m-3)^2 + 15 \geq 15 \Rightarrow \dfrac{1}{(2m-3)^2 + 15} \leq \dfrac{1}{15} \Rightarrow \dfrac{-31}{(2m-3)^2 + 15} \geq \dfrac{-31}{15}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $-\dfrac{31}{15}$ khi $m = \dfrac{3}{2}$.

BÀI IV

1

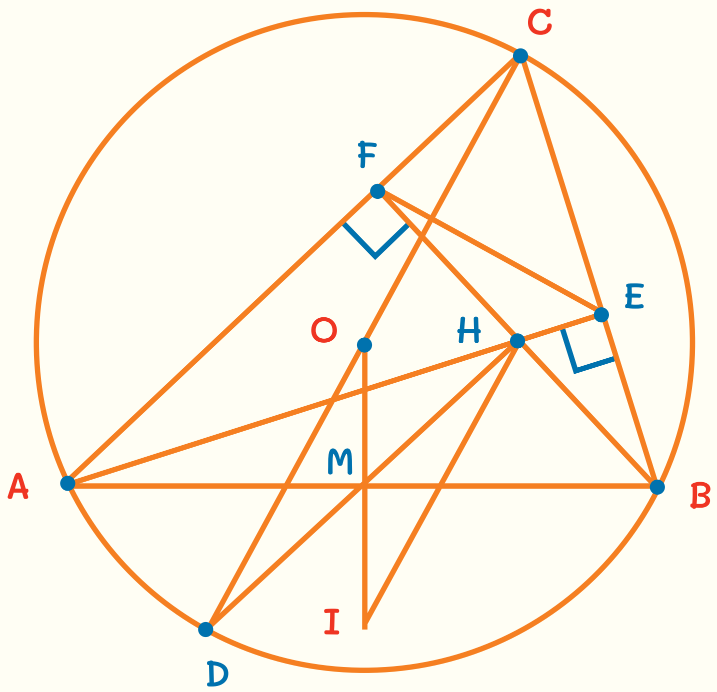
Bán kính đáy hình nón là: $R = 12.\dfrac{1}{3}:2 = 2$ cm

Thể tích que kem ốc quế là: $\dfrac{1}{3}.\pi.R^2.h = \dfrac{1}{3}.3,14.2^2.12 = 50,24$ cm^3

Thể tích kem trong một chiếc kem ốc quế là: 50,24.80% = 40,192 cm^3

Thể tích kem cần dùng để làm 800 chiếc kem là: 40,192.800 = 32153,6 cm^3 = 32,1536 dm^3 ≈ 32l

2



a) Tam giác BAF vuông có cạnh huyền BA nên tam giác BAF nội tiếp đường tròn đường kính BA. (1)

Tam giác BAE vuông có cạnh huyền BA nên tam giác BAE nội tiếp đường tròn đường kính BA (2).

Từ (1) và (2) suy ra BAEF là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BA.

b) Xét $\triangle CEA$ và $\triangle CFB$ có $\widehat{BCA}$ chung và $\widehat{CEA} = \widehat{BFC} = 90^\circ$

suy ra $\triangle CEA \sim \triangle CFB$ (g.g)

Suy ra $\dfrac{CE}{CF} = \dfrac{CA}{CB}$ hay CE.CB = CA.CF

Kẻ đường kính CD của (O). Ta có $\widehat{CFE} = \widehat{ABE}$ (cùng cộng góc $\widehat{AFE}$ bằng 180^0)

Ta có $\widehat{ACD} = \widehat{ABD}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AD của (O)).

Do đó $\widehat{CFE} + \widehat{FCD} = \widehat{ABE} + \widehat{ABD} = \widehat{CBD} = 90^\circ$, suy ra $OC \perp EF$.

c) Gọi M trung điểm BC, điểm I đối xứng với O qua M.

Chứng minh được BHCD là hình bình hành, suy ra M trung điểm HD.

Chứng minh được AHIO là hình bình hành, suy ra IH // CO, mà $OC \perp EF$ nên $IH \perp EF$

BÀI V

Gọi độ dài đoạn AB, BC lần lượt là x và y (m). Điều kiện $0 < x, y < 1$

Độ dài đoạn CD là $1 - x - y$ (m).

Bán kính 3 hình tròn được uốn từ các cạnh AB, BC, CD lần lượt là: $\dfrac{x}{2\pi}; \dfrac{y}{2\pi}; \dfrac{1-x-y}{2\pi}$

Tổng diện tích 3 hình tròn là: $S = \pi \cdot \dfrac{x^2}{(2\pi)^2} + \pi \cdot \dfrac{y^2}{(2\pi)^2} + \pi \cdot \dfrac{(1-x-y)^2}{(2\pi)^2} = \dfrac{x^2 + y^2 + (1-x-y)^2}{4\pi}$

Xét $T = x^2 + y^2 + (1 - x - y)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 1 - 2x - 2y + 2xy$

$2T = 4x^2 - 4x + 4xy + 4y^2 - 4y + 2$

$2T = (2x)^2 - 4x(1 - y) + (1 - y)^2 + 3y^2 - 2y + 1$

$2T = (2x + y - 1)^3 + 3\left(y - \dfrac{1}{9}\right)^2 + \dfrac{2}{3} \geqslant \dfrac{2}{3}$

Suy ra $T \geqslant \dfrac{1}{3}$, suy ra $S \geqslant \dfrac{1}{12\pi}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của S là $\dfrac{1}{12\pi}$ khi $\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ y - \dfrac{1}{9} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{4}{9} \\ y = \dfrac{1}{9} \end{cases}$ (TM)

Độ dài 3 đoạn lần lượt là $\dfrac{4}{9}$m, $\dfrac{1}{9}$m, $\dfrac{4}{9}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 4

BÀI I

1

a)

Câu lạc bộ	Bóng đá	Ghitar	MC	Móc len
Số học sinh đăng kí tham gia	45	11	24	10

b) Tổng số học sinh đăng kí là: 45 + 11 + 24 + 10 = 90

Tần số tương đối của số học sinh đăng kí câu lạc bộ Bóng đá là: 45:90.100% = 50%

2

Có 20 kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp, đó là: 1;2;3;...;20.

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố là: 1;5;9;13;17. Vậy xác suất của biến cố là: $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

BÀI II

a) Rút gọn biểu thức P.

$$P=\left[\frac{x+3\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2}-\frac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right]:\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)=\left[\frac{x+3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right]:\left(\frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right)$$

$$=\frac{x+3\sqrt{x}+2-x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{2\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}}$$

b) Có $x = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3} + 1$

$$P=\frac{\sqrt{3}+1+1}{2\left(\sqrt{3}+1\right)}=\frac{\sqrt{3}+1}{4}$$

c) $P=\dfrac{2x+2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

Xét $P - 1 = \dfrac{x}{\sqrt{x}}$

Do $x > 0$ nên $P - 1 > 0$, suy ra $P > 1$

BÀI III

1

Gọi **x**, **y** (tấn) lần lượt là khối lượng hai loại quặng ($x, y > 0$).

Theo đề bài, ta có phương trình $x + y = 25$ **(1)**

Lượng sắt chứa trong quặng loại 1 là $0{,}75x$ và loại 2 là $0{,}55y$ (tấn)

Vì cần trộn quặng loại 1 và loại 2 để được 25 tấn quặng chứa 66% sắt nên ta có phương trình

$0{,}75x + 0{,}5y = 66\%.25 = 16{,}5$ **(2)**

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=25 \\ 0{,}75x+0{,}5y=16{,}5 \end{cases}$

Giải hệ này ta được: $x = 16$ và $y = 9$ (TMĐK)

2

Gọi x (giờ) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc ($x > 18$),

y (giờ) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc ($y > 18$)

Khi đó người thứ nhất làm riêng thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Hai người làm chung trong 18 giờ thì xong công việc, nên mỗi giờ cả hai người làm được $\frac{1}{18}$ công việc, do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}$

Khi làm riêng, người thứ nhất làm trong 6 giờ làm được: $\frac{6}{x}$ công việc.

Người thứ hai làm trong 12 giờ làm được: $\frac{12}{y}$ công việc.

Khi đó cả hai đội làm được 50% công việc: $\frac{6}{x}+\frac{12}{y}=\frac{1}{2}$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}\\ \frac{6}{x}+\frac{12}{y}=\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{6}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{3}\\ \frac{6}{x}+\frac{12}{y}=\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=36\\ y=36\end{cases}(tm)$

3

$\Delta = (m + 1)^2 - 4(m - 1) = -2m + 5$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\begin{cases}a \neq 0\\ \Delta > 0\end{cases} \begin{cases}1 \neq 0 \text{ (luônđúng)}\\ -2m+5>0\end{cases} \Rightarrow m < \frac{5}{2}$

Theo định lý Viète ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m+1\\ x_1x_2=m-1\end{cases}$

Để $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 \vdots (m + 1) \Rightarrow (m + 1) \in \{\pm1;\pm2\}$

Giải được m = 0 (TM), m = –2 (TM), m = 1 (TM), m = –3 (TM)

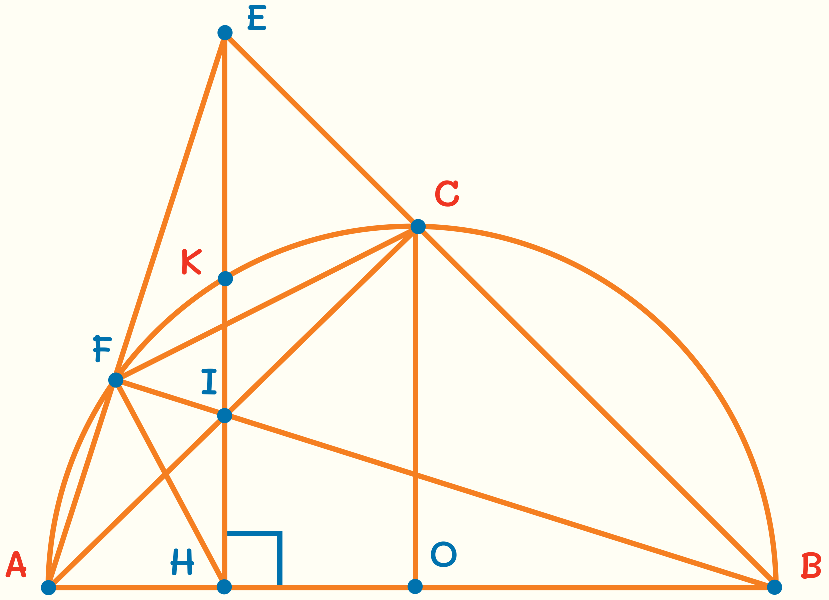
BÀI IV

1

Diện tích một quả bóng đá là: $3{,}14.24^2 = 1808{,}64cm^2$

Số da cần dùng để sản xuất 2000 quả bóng là $1808{,}64.2000 = 3617280cm^2 \approx 362m^2$

2



a) Có $\widehat{BHI} = 90^o$ (vì $KH \perp AB$). $\Rightarrow \Delta HBI$ vuông tại H

$\Rightarrow$ H, B, I cùng thuộc đường tròn đường kính BI **(1)**

Có $\widehat{BCI} = 90^o \Rightarrow \Delta BCI$ vuông tại C $\Rightarrow$ C, B, I cùng thuộc đường tròn đường kính BI **(2)**

Từ **(1)**, **(2)** suy ra B, I, C, H cùng thuộc một đường tròn.

b) $\widehat{ACB} = 90^o \Rightarrow \widehat{BCE} = 90^o \Rightarrow \Delta ECB$ vuông tại C.

ΔABE có EH, CA là đường cao và cắt nhau tại I nên I là trực tâm ΔABE.

Mà $\widehat{BFA} = 90^o$ nên BF là đường cao của ΔABE, suy ra A, F, E thẳng hàng.

Xét ΔECB và ΔEFA có: $\widehat{ECB} = \widehat{EFA}$ ($=90^o$); góc CEA chung

$\Rightarrow \Delta ECB \sim \Delta EFA$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{EC}{EF} = \dfrac{EB}{EA}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) $\Rightarrow EC.EA = EF.EB$

c) $\Delta ECF \sim \Delta EAB$ (c.g.c) $\Rightarrow \dfrac{S_{\Delta ECF}}{S_{\Delta EAB}} = \left(\dfrac{EC}{EA}\right)^2$ **(1)**

Có ΔACB vuông cân tại C $\Rightarrow \widehat{ABC} = 45^o$, suy ra ΔHBE vuông cân, suy ra $HB = HE = R$ và $HA = \dfrac{3}{2}R$.

Sử dụng định lý Pythagore trong ΔAHE, tính được $EA = \dfrac{\sqrt{10}}{2}R$. **(2)**

Tính được $EB = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}R \Rightarrow EC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}R$. **(3)**

Từ **(1)**, **(2)**, **(3)** $\Rightarrow \dfrac{S_{EAB}}{S_{ECF}} = 5$

BÀI V

Gọi **x** là số lần tăng giá áo khoác, với $0 < x < 30$

Mỗi lần tăng giá thì số chiếc áo bán được là $300000 - 100x$ (chiếc).

Số tiền chiếc áo sau mỗi lần tăng là: $300000 + 10000x$ đồng

Chi phí nguyên vật liệu để sản xuất khăn mỗi tháng là $(30000 - 1000x)16000$ đồng

Số tiền thu được mỗi tháng là $(30000 + 10000x)(3000 - 100x)$ đồng

Khi đó, lợi nhuận thu được mỗi tháng là:

$T = (300000 + 10000x)(30000 - 100x) - (3000 - 100x)160000$

$T = 1000000(-x^2 + 16x + 420)$ đồng

Bài toán trở thành tìm x để T lớn nhất $T = 1000000(-x^2 + 16x + 420)$ với $0 < x < 30$

$T = 100000(-x^2 + 16x + 420) = 1000000[(-x^2 + 16x - 64) + 484]$

$T = 1000000[-(x - 8)^2 + 484] \leqslant 1000000.484 = 484000000$

Lợi nhuận thu được lớn nhất mỗi tháng là: $T \leqslant 484000000$ đồng khi $x = 8$

Vậy phải bán mỗi chiếc áo khoác với giá:

$300000 + 10000x = 300000 + 10000.8 = 380000$ đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 5

CÂU 1

Với x ⩾ 0 và x ≠ 1 ta có:

$$P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3\sqrt{x}-1}{x-1}\right) : \frac{4}{\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}-2-\sqrt{x}-1+3\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{4}$$

$$= \frac{4\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{4} = \frac{4\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot 4} = 1$$

Vậy P = 1 với x ⩾ 0 và x ≠ 1

CÂU 2

a) Khi x = 60 (km) thì y = 27 (lít) nên 27 = 60a + b

Khi x = 180 (km) thì y = 21 (lít) nên 21 = 180a + b

Hệ phương trình có nghiệm là a = –0,05; b = 30

b) Thay x = 800 vào hàm số y = –0,05x + 30 ⇒ y = –10 < 0

Vậy: Xe ô tô cần đổ thêm 10 lít xăng vào bình xăng khi chạy hết quãng đường x = 800 (km)

CÂU 3

3.(5 + 4x) + x + 1 – 6.(1 + 3x) > 0

–5x + 10 > 0 Giải được nghiệm x < 2.

CÂU 4

Theo định lý Viète $\begin{cases} x_1 + x_2 = 19 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 \end{cases}$

Ta có $\left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_1}\right)^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = 19 + 6 = 25$ nên $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 5$

$a + b = \sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2} + \sqrt{x_2} + 3\sqrt{x_1} = 4\left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}\right) = 20.$

$ab = \left(\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}\right) \cdot \left(\sqrt{x_2} + 3\sqrt{x_1}\right) = 10\sqrt{x_1 \cdot x_2} + 3\left(x_1 + x_2\right) = 10.3 + 3.19 = 87$

Vậy a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 20x + 87 = 0$.

CÂU 5

Kích thước mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là n = 44

Tần số của nhóm [45;50) là 11

Tần số tương đối của nhóm [45;50) là: $\frac{11}{44}.100\% = 25\%$

CÂU 6

Có 36 kết quả có thể xảy ra khi bạn An lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố X: "Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10, đó là: (2;5);(5;2);(4;5);(5;4);(6;5);(5;6).

Vậy xác suất của biến cố X là: P(X) $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

CÂU 7

Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h, x > 3).

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng từ A đến B và ngược dòng từ B về A lần lượt là: x + 3 (km/h) và x – 3 (km/h)

Thời gian ca nô khi xuôi dòng từ A đến B là: $\frac{40}{x+3}$ (h)

Thời gian ca nô khi ngược dòng từ B về A là: $\frac{40}{x-3}$ (h)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{40}{x-3} - \frac{40}{x+3} = \frac{1}{3}$

Giải phương trình ta được $x_1 = 27$ (TM); $x_2 = -27$ (L)

Vậy vận tốc thực của ca nô là 27 km/h.

CÂU 8

a) Thể tích của cái ly: $V_1 = \frac{1}{3}\pi OA^2.OC = \frac{1}{3}\pi 4^2.7 = \frac{112}{3}\pi \approx 117,23$ (cm^3)

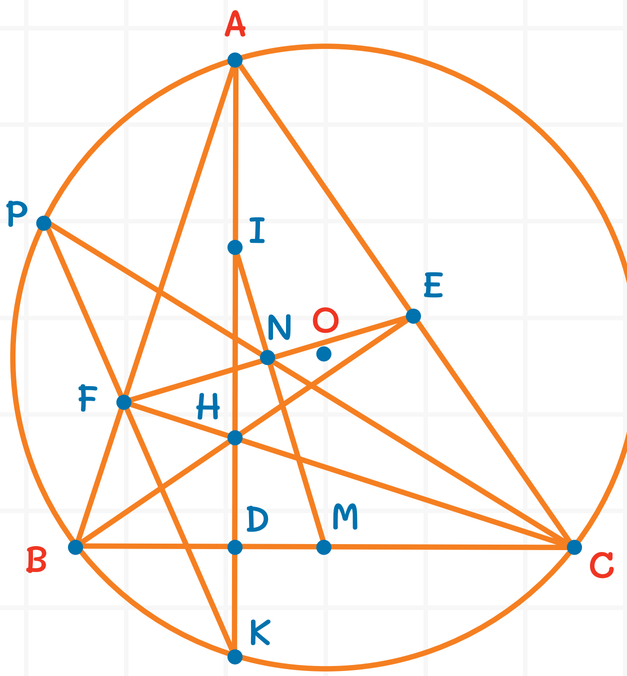
b) Ta có: $IB \,//\, OA \Rightarrow \frac{CI}{CO} = \frac{IB}{OA}$ (hệ quả của định lí Thales) $\Rightarrow IB = \frac{CI \cdot OA}{CO} = \frac{(7-3)\cdot 4}{7} = \frac{16}{7}$

Thể tích rượu có trong ly: $V_2 = \frac{1}{3}\pi IB^2.CI = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{16}{7}\right)^2.4 = \frac{1024}{147}\pi$ (cm^3)

Thể tích còn lại trong ly (phần không chứa rượu): $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{112}{3}\pi - \frac{1024}{147}\pi = \frac{1488}{49}\pi$

Vậy thể tích còn lại của ly rượu chiếm $\frac{V_3}{V_1}.100\% \approx 81,34\%$ thể tích ly.

CÂU 9



a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

Vì AD là đường cao của ΔABC nên $AD \perp BC$, suy ra $\widehat{ADC} = 90^\circ$. Hay ΔADC nội tiếp đường tròn đường kính AC.

Vì CF là đường cao của ΔABC nên $CF \perp AB$, suy ra $\widehat{AFC} = 90^\circ$. Hay ΔAFC nội tiếp đường tròn đường kính AC.

Do đó tứ giác ACDF nội tiếp đường tròn đường kính AC.

Vậy 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Vì tứ giác ACDF nội tiếp nên $\widehat{FDA} = \widehat{FCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FA). Suy ra $\widehat{FDH} = \widehat{FCE}$.

Mặt khác, tứ giác ACDF nội tiếp nên $\widehat{DFC} = \widehat{DAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DC). (1)

Ta có: $\widehat{AEH} = 90^\circ$ nên ΔAEH nội tiếp đường tròn đường kính AH.

$\widehat{AFH} = 90^\circ$ nên ΔAFH nội tiếp đường tròn đường kính AH.

Do đó, tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn đường kính AH.

Suy ra $\widehat{HFE} = \widehat{HAE}$

Từ (1) và (2), ta có: $\widehat{DFH} = \widehat{CFE}$

Xét hai tam giác ΔFHD và ΔFEC có: $\widehat{DFH} = \widehat{CFE}$; $\widehat{FDH} = \widehat{FCE}$

Vậy $\Delta FHD \sim \Delta FEC$ (g.g)

c) Tứ giác BFHD nội tiếp đường tròn đường kính BH nên $\widehat{FHD} + \widehat{FBD} = 180^\circ$.

Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn tâm M nên MF = ME và $\widehat{FEC} + \widehat{FBD} = 180^\circ$.

Do đó $\widehat{FHD} = \widehat{FEC}$ hay $\widehat{FHK} = \widehat{NEC}$.

Xét hai tam giác ΔFHK và ΔNEC có:

$\widehat{FHK} = \widehat{NEC}$

$\widehat{FKH} = \widehat{NCE}$

Vậy $\Delta FHK \sim \Delta NEC$ (g.g)

Tứ giác AFHE nội tiếp đường tròn tâm I nên IF = IE; và MF = ME (chứng minh trên).

Do đó MI là đường trung trực của EF. (3)

Ta có: $\Delta FHD \sim \Delta FEC$ (chứng minh trên) nên $\dfrac{HD}{EC} = \dfrac{FH}{FE}$, suy ra FH.EC = HD.FE (4)

Ta lại có: $\Delta FHK \sim \Delta NEC$ (chứng minh trên) nên $\dfrac{FH}{NE} = \dfrac{HK}{EC}$, suy ra FH.EC = HK.NE (5)

Từ (4) và (5), ta có: HD.FE = HK.NE, suy ra $\dfrac{HD}{HK} = \dfrac{NE}{EF}$ (6)

Mặt khác ta có: $\widehat{KBD} = \widehat{KAC} = \widehat{DBH}$ nên BD vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của ΔKBH. Do đó, D là trung điểm của HK, suy ra $\dfrac{HD}{HK} = \dfrac{1}{2}$ (7)

Từ (6) và (7) suy ra $\dfrac{NE}{EF} = \dfrac{1}{2}$. Hay N là trung điểm của EF. (8)

Từ (3) và (8) suy ra ba điểm M, N, I thẳng hàng.

CÂU 10

Đổi 1000 lít = $1m^3$

Ta có: $V = \pi R^2 h = 1 \Rightarrow h = \dfrac{1}{\pi R^2}$

S_{tp} của bồn là: $2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R\dfrac{1}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \dfrac{2}{R} = 2\pi R^2 + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R}$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM 3 số cho $2\pi R^2; \dfrac{1}{R}; \dfrac{1}{R}$

$$2\pi R^2 + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \geqslant 3\sqrt[3]{2\pi R^2 \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{R}} = 3\sqrt[3]{2\pi}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $2\pi R^2 = \dfrac{1}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$

Vậy $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$ thì diện tích toàn phần của bồn chứa là nhỏ nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 6

CÂU 1

$A=\sqrt{3}\left(\sqrt{12}+\sqrt{27}+1\right)-\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=6+9+\sqrt{3}-\left|1-\sqrt{3}\right|$

$A=15+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=16$ (do $\sqrt{3}>1$)

CÂU 2

$$B=\left[\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)^2}-\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)^2}\right]\cdot(\sqrt{x}-2)^2=\left[\frac{x-4-\left(x-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)^2}\right]\cdot(\sqrt{x}-2)^2=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}$$

Ta có $B=1-\dfrac{4}{\sqrt{x}}<1$ với mọi x thõa mãn ĐK. Vậy $B < 1$.

CÂU 3

Vì parabol $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ đi qua điểm $A(-2;-2)$ nên ta có $-2 = a.(-2)^2$

Suy ra $a = -\dfrac{1}{2}$

Hoành độ của điểm thuộc parabol có tung độ $y=-\dfrac{1}{8}$ là x thõa mãn:

$-\dfrac{1}{8}=-\dfrac{1}{2}x^2$. Suy ra $x=\pm\dfrac{1}{2}$.

CÂU 4

Dựa vào bảng thống kê, số kết thuận lợi cho biến cố T là n(T) = 10.

Không gian phép thử Ω là tập hợp học sinh lớp 9A, nên $n(\Omega) = 35$.

Xác suất của biến cố T là $P(T) = \dfrac{n(T)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{35} \approx 0,29$.

Vậy xác suất bạn được chọn đạt 9 điểm môn toán trong kỳ thi thử của trường xấp xỉ 0,29.

CÂU 5

a) Vì $\triangle ABC$ vuông tại A, theo định lý Pythagore, ta có

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2} \approx 2,8(m)$$

Vậy độ dài AC xấp xỉ 2,8m.

b) Ta có $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{3}{1} = 3$ và $\tan 65^o \approx 2,1$. Suy ra $\tan\widehat{ABC} < \tan 65^\circ$.

Suy ra $\widehat{ABC} < 65^\circ$

Vậy khúc gỗ khi được đặt như vậy thì không thể tự trượt.

CÂU 6

Theo định lí Viète ta có: $x_1 + x_2 = \; 3m$; $x_1x_2 = -1$

$T = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 3m(x_1^2x_2 + x_1x_2^2) - 7 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 3mx_1x_2(x_1 + x_2) - 7$

$= 9m^2 + 2 - 9m^2 - 7 = -5$

CÂU 7

Gọi **x**, **y** lần lượt là giá vé trò chơi Đu quay và Tàu lượn (x > 10; y > 0; đơn vị: nghìn đồng).

Nhóm bạn Việt mua 3 vé trò Đu quay và 3 vé trò Tàu lượn giảm giá 10% so với giá niêm yết hết 243 nghìn đồng ta có phương trình: 3x.0,9 + 3y.0,9 = 243 hay 2,7x + 2,7y = 243

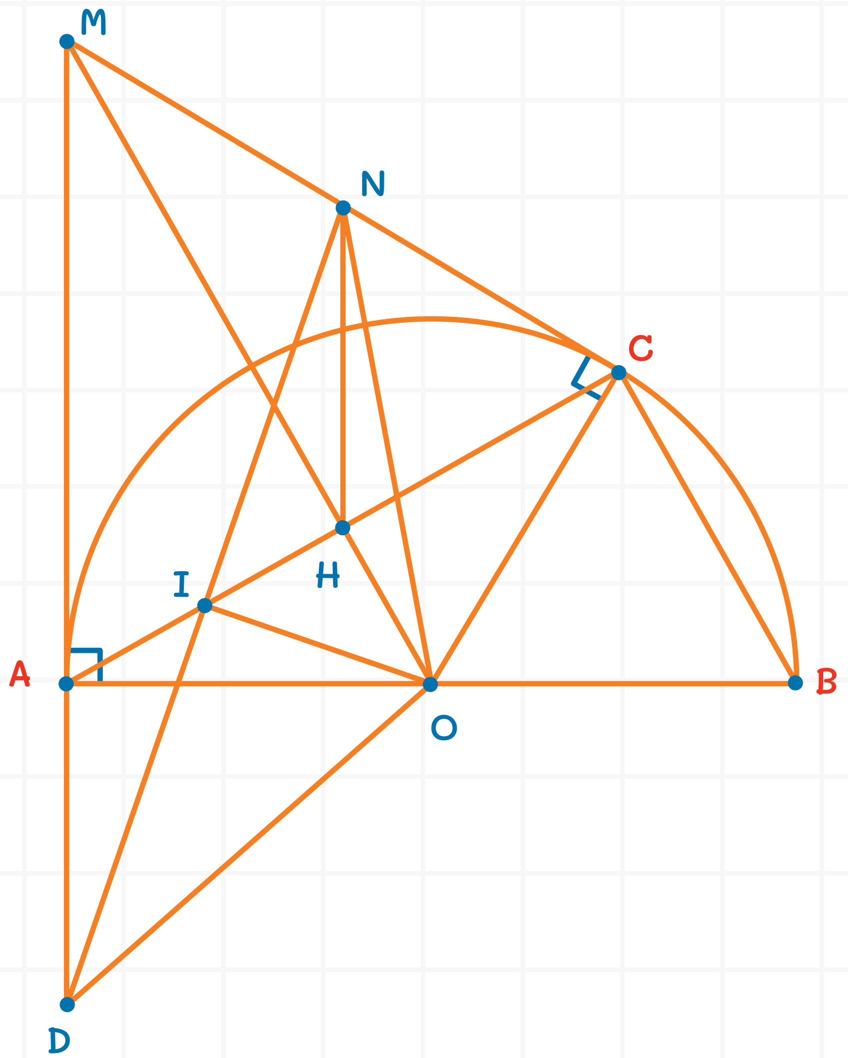
Nhóm bạn Nam mua 3 vé trò Đu quay hết 2,7x nghìn đồng và 3 vé trò Tàu lượn hết 3x.0,9.0,8 = 2,16x nghìn đồng. Nhóm bạn Nam mua hết 216 nghìn đồng ta có phương trình:

$$2,7x + 2,16y = 216 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình ta có x = 40 (t/m), y = 50 (t/m)

Vậy giá vé niêm yết trò Đu quay là 40 nghìn đồng, trò Tàu lượn là 50 nghìn đồng.

CÂU 8



a) Xét đường tròn (O) có MA, MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M nên MA = MC, do đó M thuộc trung trực của đoạn AC.

Ta có OA = OC (cùng là bán kính đường tròn) nên A thuộc trung trực của đoạn AC.

Do đó OM là đường trung trực của đoạn thẳng AC.

Chứng minh H là trung điểm của AC, O là trung điểm của AB

Suy ra HO là đường trung bình của $\triangle ABC$

Suy ra BC = 2HO.

b) Ta có $DI \perp OI$ tại I nên $\triangle DIO$ vuông tại I suy ra $\triangle DIO$ nội tiếp đường tròn đường kính DO; MA là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A nên $AD \perp AO$ tại A nên $\triangle DAO$ nội tiếp đường tròn đường kính DO. Do đó tứ giác AIOD nội tiếp đường tròn đường kính DO. suy ra $\widehat{IAO} = \widehat{IDO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IO) (1).

Chứng minh được tứ giác AMCO nội tiếp để suy ra $\widehat{IAO} = \widehat{HMN}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{IDO} = \widehat{HMN}$.

Chứng minh tương tự được tứ giác INCO nội tiếp suy ra được $\overset{\frown}{INO} = \overset{\frown}{OCA}$ (3).

Chứng minh được $\overset{\frown}{IAO} = \overset{\frown}{OCA}$ (4).

Từ (1),(3),(4) suy ra $\triangle OND$ cân tại O.

Vì $\triangle OND$ cân tại O có OI là đường cao nên đồng thời là đường trung tuyến suy ra I là trung điểm của ND mà I là trung điểm của AH nên chứng minh được HN // AD hay HN // AM.

Xét tam giác MAC có H là trung điểm của AC, HN // AM nên N là trung điểm của MC. Từ đó chứng minh được NH = NM = NC. Do đó N là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$.

CÂU 9

Gọi $R = 35$ cm, $R_1 = R_2 = x$ cm $(0 < x \leqslant 70)$ lần lượt là bán kính của (O), (O_1), (O_2); S, S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích của hình tròn (O), (O_1), (O_2) và phần diện tích cần tính.

Ta có: $O_1O_2 \leqslant O_1O + OO_2$ suy ra $2x \leqslant 2(R - x)$ hay $x \leqslant \frac{R}{2} = \frac{35}{2}x = \frac{35}{2}$ khi O, O_1, O_2 thẳng hàng và O nằm giữa O_1 và O_2.

Khi đó $S_3 = S - S_1 - S_2 = \pi(35^2 - 2x^2)$

S_3 nhỏ nhất khi $2x^2$ lớn nhất, $2x^2 = 2\left(\frac{35}{2}\right)^2 = 612{,}5S_3$ nhỏ nhất bằng $\pi(35^2 - 612{,}5) \approx 1924$ (cm²).

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	C	B	A	D	C	A	C	B	D	D	B

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 1

$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x=3 \\ x+y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

CÂU 2

Thay x = 1, y = 1 phương trình ta có: 1 + 1 =2. Chọn C

CÂU 3

Theo bảng số liệu, có 7 công nhân.

CÂU 4

$\sqrt{36a^2} = |6a| = -6a$ (do $a < 0$)

CÂU 5

$\sqrt{16-x} + \sqrt{9+x} > 5$

ĐKXĐ: $\begin{cases} 16 - x \geq 0 \\ 9 + x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -9 \leq x \leq 16$. Bất phương trình trở thành:

$$\left(\sqrt{16-x} + \sqrt{9+x}\right)^2 > 25$$

$$16 - x + 9 + x + 2\sqrt{(16-x)(9+x)} > 25$$

$$25 + 2\sqrt{(16-x)(9+x)} > 25$$

$$2\sqrt{(16-x)(9+x)} > 0$$

$$(16-x)(9+x) > 0$$

Giải được $-9 < x < 16$. Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-8; -7; ...; 15\}$

Số giá trị của x là $15 - (-8) + 1 = 24$.

CÂU 6

Thay A(1;5) vào $y = ax^2$ ta có: $5 = a.1^2$

Vậy $a = 5$.

CÂU 7

Áp dụng định lý Pythagore ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Thay số tính được $AB = 2\sqrt{3}$

$\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

CÂU 8

Đường tròn có vô số trục đối xứng.

CÂU 9

$\widehat{NPQ} = \widehat{NMQ} = 40^\circ$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung NQ)

CÂU 10

Xác suất của biến cố là: $\frac{12}{30} = 0,4$

CÂU 11

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

CÂU 12

Thay x = 2 vào (*) ta có:

$2x^2 - (m - 1)x + m - 11 = 0$

$2.2^2 - (m - 1).2 + m - 11 = 0$

$m = -1$

Thay m = –1 vào (*) ta có phương trình: $2x^2 + 2x - 12 = 0$

Giải được x = –3.

PHẦN II. TỰ LUẬN

CÂU 1

a) Có $\Delta = 1$. Tìm được hai nghiệm $x_1 = -2$; $x_2 = -3$.

b) Với $x \geq 0$; $x \neq 25$ ta có:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} + \frac{3x+25}{25-x}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)} + \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)} - \frac{3x+25}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$P = \frac{x-5\sqrt{x}+2x+10\sqrt{x}-3x-25}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)} = \frac{5\sqrt{x}-25}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$$

$$P = \frac{5\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)} = \frac{5}{\sqrt{x}+5}$$

CÂU 2

Gọi số sản phẩm cơ sở I làm trong tháng thứ nhất là **x**

Số sản phẩm cơ sở II làm trong tháng thứ hai là **y** $(x, y \in \mathbb{N}^*)$

Tháng thứ hai cơ sở I sản xuất là: $x + 0{,}09x = 1{,}09x$

Tháng thứ hai cơ sở II sản xuất là: $y - 0{,}05y = 0{,}95y$

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 9000 \\ 1{,}09x + 0{,}95y = 9250 \end{cases} \begin{cases} x = 5000 \\ y = 4000 \end{cases} (tmdk)$

Vậy tháng thứ nhất cơ sở I làm được 5000 sản phẩm, cơ sở II làm đc 4000 sản phẩm.

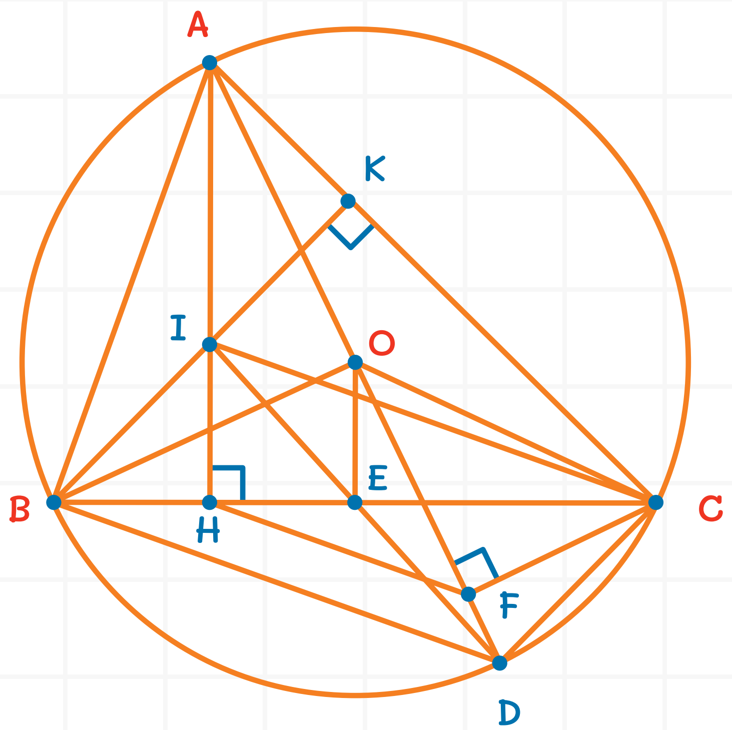
CÂU 3

Vì vòng quay có 20 ô và khả năng xảy ra ở các ô là như nhau nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 20$.

Các số điểm chia hết cho 10 là: 10, 20, ..., 100 và có 20 ô nên mỗi số xuất hiện 2 lần. Vậy vòng quay có 2 ô 100 điểm nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 2$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{20} = \dfrac{1}{10}$.

CÂU 4



a) Xét đường tròn (O) có $\widehat{ACD}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ACD} = 90^o$.

Hai tam giác ABH vuông tại H và ADC vuông tại C có $\widehat{HBA} = \widehat{CDA}$ (vì $\widehat{CBA} = \widehat{CDA}$ do cùng chắn cung AC) nên đồng dạng với nhau. Suy ra $\frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AC}$ hay AB.AC = AH.AD

b) Dễ thấy $\Delta AFC \sim \Delta ACD$ (g.g), suy ra $\frac{AF}{AC} = \frac{AC}{AD}$, do đó $AC^2 = AF.AD$.

Chứng minh được tứ giác ACFH nội tiếp đường tròn đường kính (do $\widehat{AHC} = 90^\circ, \widehat{AFC} = 90^\circ$)

Suy ra $\widehat{CHF} = \widehat{CAF} = \widehat{CAD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CF). Mặt khác $\widehat{CAD} = \widehat{DCF}$ do cùng phụ với $\widehat{ADC}$. Vậy $\widehat{CHF} = \widehat{DCF}$

c) Xét đường tròn (O) có $\widehat{ABD}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ABD} = 90^\circ$. Hay $AB \perp BD$. Lại có I là trực tâm của ΔABC nên $CI \perp AB$. Suy ra CI // BD.

Chứng minh tương tự ta có BI // CD. Vậy tứ giác BICD là hình bình hành. Khi đó BC cắt ID tại trung điểm E của mỗi đoạn.

ΔOBC cân tại O (OB = OC) có OE là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao, đường phân giác. Suy ra $OE \perp BC$ và $\widehat{BOE} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} = \frac{1}{2} \cdot 2\widehat{BAC} = 60^\circ$.

Vì O, E lần lượt là trung điểm của AD, DI nên OE là đường trung bình của tam giác AID.

Suy ra $AI = 2OE = 2 \cdot \cot\widehat{BOE} \cdot BE = 2 \cdot \cot\widehat{BOE} \cdot \frac{BC}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{10}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ (cm)

CÂU 5

a) Thể tích của viên bi là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.0{,}15^3 = \frac{9}{2000}\pi \approx 0{,}01$ (dm^3)

b) Thể tích của cái cốc hình trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.0{,}2^2.2 = 0{,}08\pi$ (dm^3)

Thể tích nước trong cốc là: $0{,}08\pi - \frac{9}{2000}\pi = \frac{151}{2000}\pi = 0{,}0755\pi \approx 0{,}24$ (dm^3)

Vậy cốc nước có 0,24 lít nước.

CÂU 6

Với mọi x, y, z ta có: $\begin{cases}(x-2)^2 \ge 0\\(y-2)^2 \ge 0\\(z-2)^2 \ge 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^2 \ge 4x-4\\y^2 \ge 4y-4\\z^2 \ge 4z-4\end{cases}$

Suy ra với mọi x, y, z > 0, ta có: $x^2 + xy^2 + xyz^2 \geq 4x - 4 + x(4y - 4) + xy(4z - 4) = 4xyz - 4$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	A	D	A	B	D	A	A	C	D	A	C

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 1

Giá trị đại diện cho nhóm số liệu [8;12) là: (12 – 8) : 2 = 10

CÂU 2

$\sin\hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$

CÂU 3

Các kết quả có thể xảy ra là: lấy được bóng số 1, số 2,..., số 15 nên không gian mẫu có 15 phần tử

CÂU 4

A. Thay $x = 1$, $y = 2$ vào $y = 2x^2$ ta có: $2 = 2.1^2$ (thỏa mãn)

CÂU 5

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = 9 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

CÂU 6

Có $\begin{cases} x + y = 2m - 3 \\ 2x + 5y = 13m + 12 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y = 4m - 6 \\ 2x + 5y = 13m + 12 \end{cases} \quad \begin{cases} 3y = 9m + 18 \\ x + y = 2m - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3m + 6 \\ x = -m - 9 \end{cases}$

Theo đề bài ta có $x_0^2 + y_0 = 50$

$(-m - 9)^2 + 3m + 6 = 50$

$(m + 9)^2 + 3m + 6 = 50$

$m^2 + 21m + 37 = 0$

Giải được $m_1 = \dfrac{-21 + \sqrt{293}}{2}, m_2 = \dfrac{-21 - \sqrt{293}}{2}$

Tích các giá trị của m là $m_1.m_2 = 37$

CÂU 7

Diện tích giấy làm nhãn mác cho 1 hộp sữa là diện tích xung quanh của hộp sữa có R = 3,5 (cm)

Diện tích giấy làm nhãn cho 1 hộp sữa là $S_{xq} = 7.3{,}14.8 = 175{,}84$ (cm²)

Vậy diện tích giấy làm nhãn mác cần dùng cho một thùng 24 hộp sữa là:

$175{,}84.24 = 4220{,}16$ (cm²)

CÂU 8

Tính được đáp số bằng 1

CÂU 9

$a + 3c > b + 3c$

$a > b + 3c - 3c$

$a > b$

$2a > 2b$

CÂU 10

$\sqrt[3]{8a^3} - 5a = 2a - 5a = -3a$

CÂU 11

Phương trình bậc hai một ẩn có dạng $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ nên chọn A.

CÂU 12

Theo Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1x_2 = -5 \end{cases}$

PHẦN II. TỰ LUẬN

CÂU 1

a) $\dfrac{2}{\sqrt{2}-1} + \dfrac{2}{\sqrt{2}+1} = \dfrac{2\cdot\left(\sqrt{2}+1\right) + 2\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)} = \dfrac{4\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{2}$

b) $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} = \left(\dfrac{-\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$

$= \dfrac{-\sqrt{x}-4+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)} \cdot \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{-4}{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)} \cdot \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

CÂU 2

$\Delta = (-5)^2 - 4.2.(-1) = 33 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{5+\sqrt{33}}{4}; x_2 = \dfrac{5-\sqrt{33}}{4}$

Theo Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-4}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{-1}{3} \end{cases}$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên ta có: $3{x_2}^2 + 4x - 1 = 0$

$4x_2 = 1 - 3{x_2}^2$

Khi đó $A = \dfrac{x_1^3 \cdot x_2^2\left(1-3x_2^2\right)}{x_1^2 + x_2^2} = \dfrac{4\left(x_1 \cdot x_2\right)^3}{\left(x_1+x_2\right)^2 - 2x_1 \cdot x_2} = \dfrac{4\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3}{\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2 - 2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)} = \dfrac{-2}{33}$

CÂU 3

Gọi x là số xe dự định thuê ($x \in \mathbb{N}^*$). Số xe thực tế thuê là x + 6.

Dự kiến, mỗi xe chở khối lượng hàng là $\frac{168}{x}$ (tấn).

Khối lượng hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{180}{x+6}$ (tấn).

Theo đề bài ta có phương trình : $\frac{168}{x} = 1 + \frac{180}{x+6}$

Khi đó: $168(x + 6) = x(x + 6) + 180x \Leftrightarrow x^2 + 18x - 1008 = 0$

$$\Delta' = 9^2 + 1008 = 1089 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 33.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -9 - 33 = -42$; $x_2 = -9 + 33 = 24$.

Kiểm tra điều kiện ta được số xe ban đầu thuê là 24.

CÂU 4

Bán kính ngoài của miệng cốc là: 2,5cm

Bán kính trong của miệng cốc là 2,5 – 0,5 = 2cm

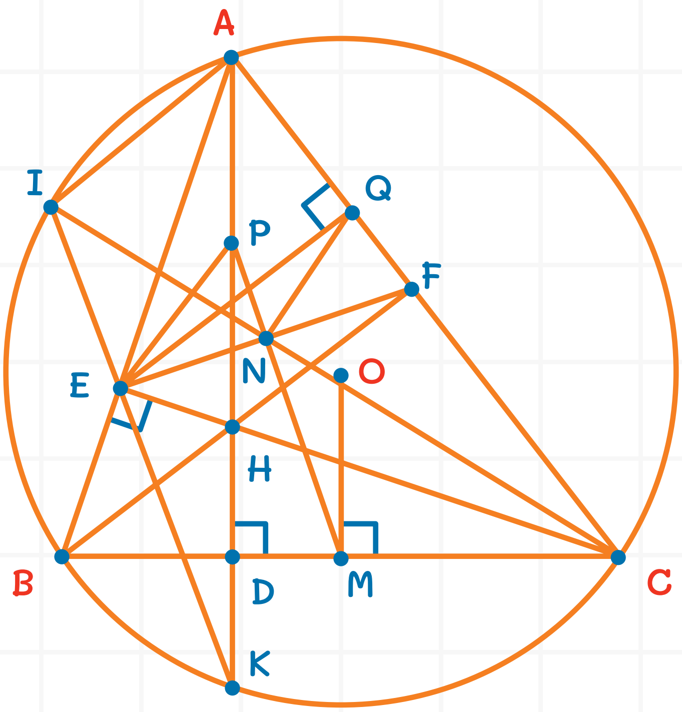
Thể tích đáy cốc là $V_1 = 2{,}5^2.1.\pi = \frac{25\pi}{4}$ (cm^3)

Chiều cao thành cốc là 8 – 1 = 7cm.

Thể tích thành cốc là $V_2 = 2{,}5^2.7.\pi - 2^2.7.\pi = \frac{63\pi}{4}$

Thể tích thủy tinh dùng để làm cốc là: $V = V_1 + V_2 = 22\pi \approx 69cm^3$.

CÂU 5



a) Ta có: CE là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow CE \perp AB$ tại E. Do đó, $\widehat{BEH} = 90^\circ$.

AD là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow AD \perp BC$ tại D. Do đó, $\widehat{BDH} = 90^\circ$.

Xét tứ giác BEHD có: $\widehat{BEH} + \widehat{BDH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Vậy tứ giác BEHD nội tiếp.

Ta có CE và AD là hai đường cao của tam giác ABC cắt nhau tại H. Suy ra, H là trực tâm của tam giác ABC. Do đó $BH \perp AC$ (đpcm)

b) Xét tứ giác AEHF ta có: $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Suy ra tứ giác AEHF nội tiếp.

Suy ra $\widehat{FEH} = \widehat{FAH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{HF}$). Suy ra $\widehat{NEC} = \widehat{FEH}$ **(1)**

Mà trong đường tròn (O) ta có $\widehat{CIK} = \widehat{FAK}$ hay $\widehat{CIE} = \widehat{FAH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FC) **(2)**

Từ **(1)** và **(2)** suy ra $\widehat{CIE} = \widehat{NEC}$

Xét hai tam giác ΔCIE và ΔCEN có: $\widehat{ICE}$ chung; $\widehat{CIE} = \widehat{NEC}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta CIE \sim \Delta CEN$ (g.g)

Vì $\Delta CIE \sim \Delta CEN$ (g.g) nên suy ra $\dfrac{CI}{CE} = \dfrac{CE}{CN} \Rightarrow CE^2 = CI.CN$ (đpcm)

c) Ta có tứ giác AEHF nội tiếp, mà P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF.

Suy ra P cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF. Suy ra PE = PF **(3)**

Lại có: $OM \perp BC$ (gt), mà BC là một dây cung của đường tròn (O). Suy ra M là trung điểm BC.

Xét tứ giác BEFC có $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$. Suy ra tứ giác BEFC nội tiếp đường tròn đường kính BC. Do đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BEFC. Suy ra ME = MF **(4)**

Từ **(3)** và **(4)** suy ra PM là đường trung trực của EF hay PM đi qua trung điểm của EF. **(5)**

Kẻ $EQ \perp AC$ ($Q \in AC$).

Xét tam giác AEC vuông tại E có EQ là đường cao ta có $CE^2 = CQ.CA$. Mà $CE^2 = CI.CN$ (chứng minh trên) nên $CN.CI = CA.CQ \Rightarrow \dfrac{CN}{CA} = \dfrac{CQ}{CI}$. Suy ra $\Delta CNQ \sim \Delta CAI$ (c-g-c)

Do đó $\widehat{CQN} = \widehat{CIA} \Rightarrow \widehat{CQN} = \widehat{CBA}$ (Vì $\widehat{CIA} = \widehat{CBA}$ hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Mặt khác, vì tứ giác BEFC nội tiếp nên $\widehat{QFN} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{QFN} = \widehat{CQN}$.

Suy ra tam giác NQF cân tại F $\Rightarrow$ NF = NQ.

Lại có $\widehat{NQE} = \widehat{NEQ}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau $\widehat{QFN}$ và $\widehat{FQN} = \widehat{CQN}$).

Suy ra ΔNQE cân tại N $\Rightarrow$ QN = NE. Mà NQ = NF (cmt).

Từ đó suy ra NE = NF hay N là trung điểm của EF **(6)**.

Từ **(5)** và **(6)** suy ra ba điểm P, N, M thẳng hàng (đpcm)

CÂU 6

Áp dụng BĐT AM-GM ta có $3=\sqrt{(a+2)(b+2)}\le\frac{a+b+4}{2}\Rightarrow a+b\ge 2$.

Từ giả thiết thu được ab + 2a + 2b + 4 = 9 ⇒ ab = 5 – 2(a+b).

Đặt $x=a+b\,(x\ge 2)\Rightarrow\begin{cases}ab=5-2x\\ a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=x^2+4x-10\end{cases}$

Khi đó: $P=\frac{2(b+2a)+2(a+2b)}{(a+2b)(b+2a)}-\frac{1}{a+b+1}=\frac{6(a+b)}{2(a^2+b^2)+5ab}-\frac{1}{a+b+1}=\frac{6x}{2x^2-2x+5}-\frac{1}{x+1}$.

$$P=\frac{6x(x+1)-(2x^2-2x+5)}{(2x^2-2x+5)(x+1)}=\frac{4x^2+8x-5}{2x^3+3x+5}$$

Xét $1-P=\frac{2x^3-4x^2-5x+10}{2x^3+3x+5}=\frac{2x^3-4x^2-5x+10}{(2x^2-2x+5)(x+1)}$

Có $2x^3-4x^2-5x+10=(2x^3-4x^2)-(5x-10)=(x-2)(2x^2-5)$

Với $x\geqslant 2$ thì $(x-2)(2x^2-5)\geqslant 0$

Có $2x^2-2x+5=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}\ge\frac{9}{2}$

Với $x\geqslant 2$ thì $x+1>0$ nên $(2x^2-2x+5)(x+1)>0$

Ta có $1-P\geqslant 0$, suy ra $P\leqslant 1$, đẳng thức xảy ra $a=b=1$. (Đpcm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	C	D	B	C	B	D	C	D	A

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 1

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$. Vậy $x \geq 0$, $x \neq 1$

CÂU 2

$A = \dfrac{4 - a^2}{4} \cdot \left| \dfrac{4}{a - 2} \right|$

Vì $a < 2 \Rightarrow a - 2 < 0$ nên $A = \dfrac{4 - a^2}{4} \cdot \dfrac{-4}{a - 2} = \dfrac{(a + 2)(a - 2)}{4} \cdot \dfrac{4}{a - 2} = a + 2$

CÂU 3

Có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 8$

$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

CÂU 4

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 = -2x - m$ hay $x^2 + 2x + m = 0$ (*). Ta có $\Delta' = 1 - m$

Để (P) và (d) có điểm chung thì phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' \geq 0$

Giải được $m \leq 1$.

CÂU 5

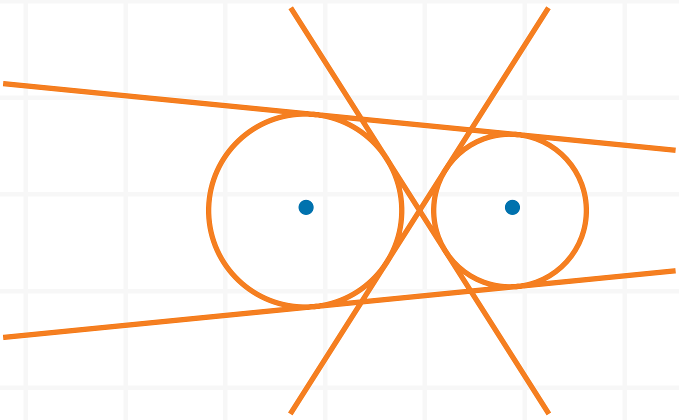
Xét tứ giác ACBM có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{M} = 360°$

Vì $\hat{A} = \hat{B} = 90°, \hat{C} = 40°$ nên $\hat{M} = 140°$

CÂU 6

Vì OO' > 3 + 5 = R + R' nên hai đường tròn (O) và (O') không có điểm chung (như hình vẽ)

Suy ra hai đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.



CÂU 7

$V = \pi R^2 h = \pi 2^2.3 = 12\pi cm^3$

CÂU 8

Có 5 HS nên có 5 kết quả có thể.

Kết quả thuận lợi cho biến cố là 2. Xác suất của biến cố là $\frac{2}{5}$

CÂU 9

Theo Vièta ta có $x_1 + x_2 = -2$, $x_1.x_2 = -9$

$B = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-2)^2 - 2.(-9) = 22$

CÂU 10

Giải được $(x;y) = (-1;2)$

PHẦN II. TỰ LUẬN

CÂU 1

a) Ta có $A = \left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-2\right) - \dfrac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2} = 5-4-\dfrac{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3}-2} = 1-\dfrac{\left|2-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{3}-2} = 1-\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} = 1+1=2$

Vậy A = 2

b) $VT = \left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-4}+\dfrac{2}{x-2\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\dfrac{2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}\right):\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

$= \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}\right):\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} = VP$

CÂU 2

a) Tổng số lon nước ngọt tiêu thụ trong một tuần của cửa hàng A là:

60 + 86 + 102 + 112 + 108 + 126 + 122 = 716 (lon)

Tổng số lon nước ngọt tiêu thụ trong một tuần của cửa hàng B là:

74 + 72 + 94 + 106 + 98 + 128 + 130 = 702 (lon)

Vậy tổng số lon nước ngọt bán được trong một tuần của cửa hàng A nhiều hơn cửa hàng B là:

716 – 702 = 14 (lon)

b) Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là 7 $\Rightarrow n(\Omega) = 7$

Các kết quả thuận lợi của biến cố A là: thứ 4, thứ 5, thứ 6, thứ 7 và chủ nhật. $\Rightarrow n(A) = 5$

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{7}$.

CÂU 3

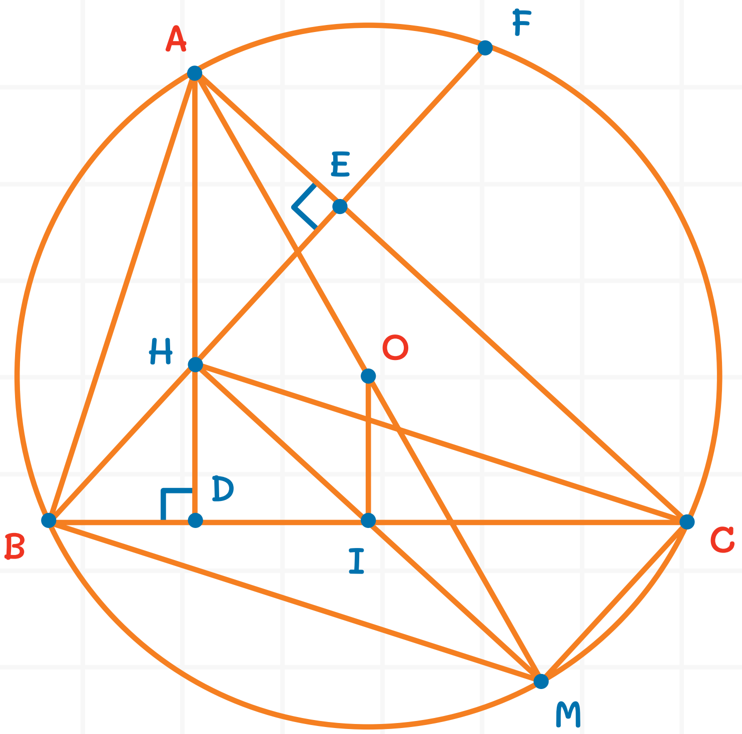
Gọi số học sinh khối 6 và khối 8 lần lượt là x, y (học sinh) (x, y $\in$ N)

Theo đề bài ta có hệ PT sau: $\begin{cases} 2x+3y=730 \\ x-y=10 \end{cases}$

Giải hệ PT: x = 152; y = 142 (TMĐK)

Vậy số HS khối 6, khối 9 lần lượt là 152 HS, 142 HS

CÂU 4



a) Vì AD $\perp$ BC; BE $\perp$ AC nên: $\widehat{ADB}=90^\circ;\widehat{AEB}=90^\circ$

ΔADB vuông tại D nên suy ra A, B, D cùng thuộc đường tròn đường kính AB

ΔAEB vuông tại E nên suy ra A, E, B cùng thuộc đường tròn đường kính AB

Suy ra bốn điểm A, E, B, D cùng thuộc một đường tròn $\Rightarrow$ ABDE là tứ giác nội tiếp

b) Trong tam giác ABC có BE, AD là hai đường cao cắt nhau tại H $\Rightarrow$ H là trực tâm tam giác ABC $\Rightarrow$ CH $\perp$ AB

Xét (O) có: $\widehat{ABM}=\widehat{ACM}=90^\circ$ (góc nội tiếp cùng chắn nửa đường tròn đường kính AM)

$\Rightarrow \begin{cases} MB \perp AB \\ MC \perp AC \end{cases}$ mà $\begin{cases} CH \perp AB(cmt) \\ BH \perp AC(GT) \end{cases}$

Suy ra: MB // CH, MC // BH $\Rightarrow$ BHCM là hình bình hành **(1)**

Xét (O) có $OI \perp BC$ tại I $\Rightarrow$ I là trung điểm của BC **(2)** (đường kính vuông góc với dây).

Từ **(1)** và **(2)**, suy ra I là trung điểm của HM.

Xét đường tròn (O) có $\widehat{ACB} = \widehat{AFB}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AB}$)

Chứng minh tứ giác DHEC nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{DHE} + \widehat{DCE} = 180° \Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{AHF}$ (do $\widehat{DHE}$ và $\widehat{AHF}$ là hai góc kề bù) hay $\widehat{ACB} = \widehat{AHF}$

Suy ra $\widehat{AFB} = \widehat{AHF} \Rightarrow \triangle AHF$ cân tại A

Vì I là trung điểm của $BC \Rightarrow BI = CI = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lí Pythagore trong $\triangle CIO$ vuông tại I ta có:

$$OC^2 = OI^2 + CI^2 \Rightarrow R^2 = OI^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow OI^2 = \frac{R^2}{4} \Rightarrow OI = \frac{R}{2}$$

Xét $\triangle AHM$ có: O là trung điểm của AM và I là trung điểm của HM

$\Rightarrow$ OI là đường trung bình của $\triangle AHM$.

$\Rightarrow AH = 2.OI - 2.\dfrac{R}{2} = R$ mà À = AH (vì $\triangle AHF$ cân tại A)

$\Rightarrow AF = R$

Xét $\triangle DHB$ và $\triangle DCA$ có:

$\widehat{BDH} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ (vì $AD \perp BC$)

$\widehat{HBD} = \widehat{DAC}$ (cùng phụ $\widehat{ACB}$)

$\Rightarrow \triangle DHB \sim \triangle DCA$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{DH}{DC} = \dfrac{DB}{DA} \Rightarrow DH \cdot DA = DB \cdot DC$

Áp dụng BĐT $ab \le \dfrac{(a+b)^2}{4}$, ta có: $DB \cdot DC \le \dfrac{(DB+DC)^2}{4} = \dfrac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow DH.DA \le \dfrac{BC^2}{4}$ không đổi vì BC cố định

Dấu "=" xảy ra khi DB = DC, Suy ra $\triangle ABC$ cân tại A. Vậy A là điểm chính giữa cung lớn $\overset{\frown}{BC}$

Vậy A là điểm chính giữa cung lớn $\overset{\frown}{BC}$ thì GTLN(DH.DA) = $\dfrac{BC^2}{4}$

CÂU 5

Đổi 1,2mm = 0,12cm.

Bán kính hình cầu bên trong quả cầu tuyết (trừ độ dày lớp vỏ thủy tinh):

$$R = (6:2) - 0,12 = 2,88\ (cm)$$

Thể tích nước để làm đầy phần ruột bên trong quả cầu:

$$V = \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)(1 - 40\%) = \frac{4}{3}\pi.2,88^3.0,6 = 60\ (cm^3) = 60\ (ml)$$

CÂU 6

ĐK: $\frac{2}{7} \le x \le \frac{7-\sqrt{37}}{2}$ hoặc $x \ge \frac{7+\sqrt{37}}{2}$

$$\left(\sqrt{x^2-7x+3}-1\right)+\left(x-\sqrt{7x-2}\right)+x^3-6x^2-5x+2=0$$

$$\frac{x^2-7x+2}{\sqrt{x^2-7x+3}+1}+\frac{x^2-7x+2}{x+\sqrt{7x-2}}+\left(x^2-7x+2\right)\left(x+1\right)=0$$

$$\left(x^2-7x+2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-7x+3}+1}+\frac{1}{x+\sqrt{7x-2}}+x+1\right)=0$$

TH1: $x^2 - 7x + 2 = 0$. Giải được $x=\frac{7+\sqrt{41}}{2}; x=\frac{7-\sqrt{41}}{2}$

TH2: $\frac{1}{\sqrt{x^2-7x+3}+1}+\frac{1}{x+\sqrt{7x-2}}+x+1=0$ (Phương trình vô nghiệm)

Kết hợp với điều kiện kết luận nghiệm của phương trình là $x=\frac{7+\sqrt{41}}{2}; x=\frac{7-\sqrt{41}}{2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Đáp án	B	C	B	B	C	A	D	A	B	C	A	D	A	B	C

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 1

Thay $x = 1$; $y = 2$ vào $y = 2x^2$ ta có $2 = 2.1^2$ (đúng)

CÂU 2

Thay $x = 1$, $y = 3$ vào $y = ax^2$ ta có: $3 = a.1^2 \Rightarrow a = 3$

CÂU 3

Chọn B. Phương trình bậc hai một ẩn có dạng $y = ax^2 + bx + c$

CÂU 4

$2x^2 - 2x - 3x + 3 = 0$

$(2x - 3)(x - 1) = 0$. Vậy $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$

CÂU 5

Chọn C. Do $\sqrt{(a-3)^2} = |a-3| = a - 3$ (vì $a - 3 > 0$)

CÂU 6

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi 4.5 = 40\pi$

CÂU 7

Theo Viète ta có: $x_1x_2 = -3 \Rightarrow 1.x_2 = -3 \Rightarrow x_2 = -3$

CÂU 8

Gọi 3 đường tròn lần lượt là (O_1), (O_2), (O_3)

Theo đề bài ta có $O_1O_2O_3$ là tam giác đều có cạnh bằng 50.2 = 100cm

Vậy $S_{O_1O_2O_3} = \frac{1}{2}.100.\frac{\sqrt{3}}{2}.100 = 2500\sqrt{3}\,cm^2$

CÂU 9

Kẻ $AH \perp BC$. Do $\triangle ABC$ cân tại A nên AH là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{BAH} = \frac{1}{2}\widehat{BAC} = 60^\circ$

Xét tam giác ABH vuông tại H có: $BH = AB.\sin\widehat{ABH} = \sqrt{3}\,cm \Rightarrow BC = 2\sqrt{3}\,cm$

Vì MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $MN = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}\,cm$

CÂU 10

Có 30 kết quả có thể.

Các 3 kết quả thuận lợi cho biến cố là 10; 20; 30. Xác suất của biến cố là $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

CÂU 11

Chọn A

CÂU 12

Chọn B

CÂU 13

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{250\pi}{3}\ cm^3$

CÂU 14

Chọn B

CÂU 15

Từ biểu đồ, Thái Lan có tuổi thọ trung bình cao nhất

PHẦN II. TỰ LUẬN

CÂU 16

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{8}{x-1}\right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \left(\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \frac{8}{x-1}\right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{\left(x+2\sqrt{x}+1\right) - \left(x-2\sqrt{x}+1\right) - 8}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \frac{4\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}} = 4 - \frac{8}{\sqrt{x}}$$

CÂU 17

Cho phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$.

Có $x_1^2 + 2x_1 + 1 = (x_1 + 1)^2$ nên $\sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} = \sqrt{\left(x_1+1\right)^2} = \left|x_1 + 1\right|$.

Có $2x_2^2 - x_2 + 11 = (x_2^2 - 7x_2 + 2) + (x_2^2 + 6x_2 + 9) = (x_2 + 3)^2$ nên $\sqrt{2x_2^2 - 7x_2 + 11} = \sqrt{\left(x_2+3\right)^2} = \left|x_2 + 3\right|$.

Vậy $T = \sqrt{x_1^2 + 2x_1 + 1} + \sqrt{2x_2^2 - x_2 + 11} = |x + 1| + |x + 3|$

Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 2 = 0$ nên $x_1 + x_2 = 7$; $x_1x_2 = 2$. Lại có tổng và tích của x_1, x_2 đều dương nên $x_1 > 0$; $x_2 > 0$ suy ra $|x_1 + 1| = x_1 + 1$ và $|x_2 + 3| = x_2 + 3$.

Suy ra $T = x_1 + 1 + x_2 + 3 = 7 + 4 = 11$.

CÂU 18

Đổi: 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ

Gọi x (km/h) là tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B ($x > 0$)

Tốc độ của xe đạp khi đi từ B đến A là: $x + 4$ (km/h)

Thời gian xe đạp đi từ A đến B là: $\frac{24}{x}$ (h)

Thời gian xe đạp đi từ B đến A là: $\frac{24}{x+4}$ (h)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 4x - 192 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x = 12$ hoặc $x = -16$ (loại)

Vậy tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.

CÂU 19

Tổng số thẻ là 20 thẻ nên không gian mẫu Ω có $n(\Omega) = 20$.

Các số ghi trên thẻ chia hết cho cả 2 và 3 gồm: 6, 12, 18 nên số phần tử của biến cố A là $n(A) = 3$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{20} = 0{,}15$.

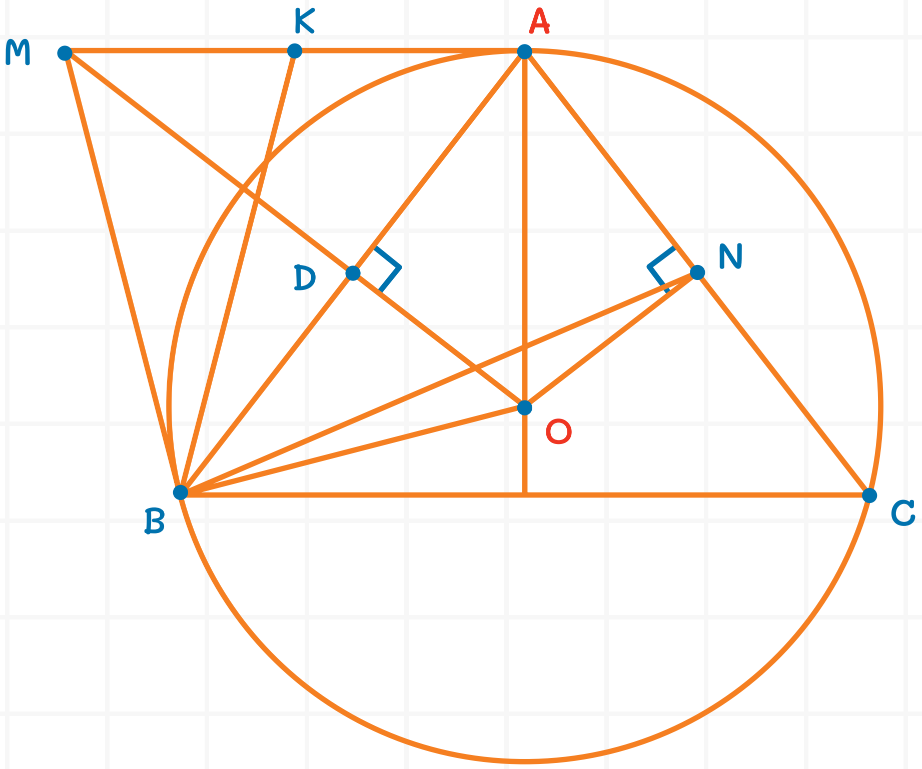
CÂU 20

Thể tích của thùng nước là: $V = \pi r^2 h = \pi\left(\frac{30}{2}\right)^2.35 = 7875\pi \approx 24740$ (cm^3)

Đổi 1 m^3 = 1000000 cm^3. Ta có: 1000000 : (90%.24740) ≈ 44,9

Vậy cần đổ ít nhất 45 thùng nước thì đầy bể chứa.

CÂU 18



a) Có MA = MB (tính chất của tiếp tuyến) và OA = OB (vì cùng bằng bán kính)

Suy ra MO là đường trung trực của AB $\Rightarrow$ MO $\perp$ AB tại D

Suy ra $\triangle ADO$ vuông tại D $\Rightarrow$ D thuộc đường tròn đường kính AO.

Có NA = NC (N là trung điểm của AC) và OA = OC (vì cùng bằng bán kính)

Suy ra ON là đường trung trực của AB $\Rightarrow$ tại N suy ra $\widehat{ANO} = 90^\circ$

N thuộc đường tròn đường kính AO.

Vậy bốn điểm A, D, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO.

b) Có $\widehat{MAB} + \widehat{BAO} = \widehat{MAO} = 90^\circ$ và $\widehat{BAO} + \widehat{DOA} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{DOA}$ mà $\widehat{DOA} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \widehat{ACB}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

Xét hai tam giác MBA cân tại M và ABC cân tại A

có $\widehat{MAB} = \widehat{ACB}$ suy ra $\triangle MBA \sim \triangle ABC \Rightarrow \widehat{BMA} = \widehat{BAC}$ hay $\widehat{BMK} = \widehat{BAN}$; $\frac{BM}{BA} = \frac{AM}{AC}$

Xét hai tam giác BMK và BAN

Có $\widehat{BMK} = \widehat{BAN}$ và $\frac{BA}{BM} = \frac{AC}{MA} = \frac{2AN}{2MK} = \frac{AN}{MK}$

Suy ra $\triangle BMK \sim \triangle BAN$ (c.g.c) $\Rightarrow$ BM.BN = BA.BK

CÂU 22

Đổi 200 nghìn đồng = 0,2 triệu đồng

Gọi giá mới mà cửa hàng bán một chiếc máy tính là: x (triệu đồng) ($x > 18$)

Số lượng máy tính bán ra được trong một năm là: $500 + 50\left(\frac{22 - x}{0,2}\right) = 6000 - 250x$ (chiếc)

Lợi nhuận mà cửa hàng thu được khi bán giá mới là:

$(6000 - 250x)(x - 18) = -250x^2 + 10500x - 10800 = -250(x^2 - 42x + 432)$

$= -250(x - 21)^2 + 2250 \leq 2250$

Dấu "=" xảy ra khi $x - 21 = 0 \Rightarrow x = 21$ (TM)

Vậy giá bán mới một chiếc máy tính của cửa hàng là 21 triệu đồng, giá trị lợi nhuận thu được cao nhất là 2250 (triệu đồng)

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 11

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

1D	2D	3D	4A	5A	6C	7C	8C	9A	10D
11B	12A	13D	14C	15D	16A	17C	18D	19B	20C

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 1

Ta có các kết quả như đáp án D

CÂU 2

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ABO vuông tại B ta có:

$$AB^2 = OA^2 - OB^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow AB = 4cm$$

CÂU 3

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 - 3x - 2 = 0$

Theo Viète ta có: $x_1 + x_2 = 3$

CÂU 4

Tổng số học sinh tham gia là: 5 + 15 + 10 + 25 = 55 (học sinh)

Xác suất của biến cố là $\frac{25}{55} = \frac{5}{11}$

CÂU 5

Có $2x - y = 4 \Rightarrow y = 2x - 4$. Hệ số góc của đường thẳng là 2.

CÂU 6

$a + \sqrt{(a-3)^2} = a + |a - 3| = a + a - 3 = 2a - 3$ (do $a - 3 > 0$)

CÂU 7

Từ 1 đến 20 có (18 – 3) : 3 + 1 = 6 số chia hết cho 3

Xác suất của biến cố là $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

CÂU 8

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông bằng một nửa độ dài cạnh hình vuông.

CÂU 9

Diện tích bìa đã dùng là: $A = 4.\frac{\pi R^2 120}{360} = 1200\pi cm^2$

CÂU 10

$\sqrt{a^2.b} = \sqrt{a^2}.\sqrt{b} = |a|.\sqrt{b} = a.\sqrt{b}$

CÂU 11

Áp dụng định lý Pythagore có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3\sqrt{3}$

$$\tan\hat{B} = \frac{AC}{AB} = \sqrt{3}$$

CÂU 12

ĐKXĐ: $2026 - x > 0$ hay $x < 2026$

CÂU 13

Thay $x = 1$, $y = 3$ vào $y = 2x + m - 2$ ta có: $3 = 2.1 + m - 2$

Giải được $m = 3$

CÂU 14

Chọn C

CÂU 15

$2x - y = 5 \Rightarrow 6x - 3y = 15 \Rightarrow 6x - 15 = 3y$

CÂU 16

ĐKXĐ: $x \geqslant 2$

$\left(x^2 + x\right)\sqrt{x-2} = 0$ hay $x\left(x+1\right)\sqrt{x-2} = 0$

Giải được $x = 0$ (KTM), $x = -1$ (KTM), $x = 2$ (TM)

CÂU 17

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $4\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = 4cm$

CÂU 18

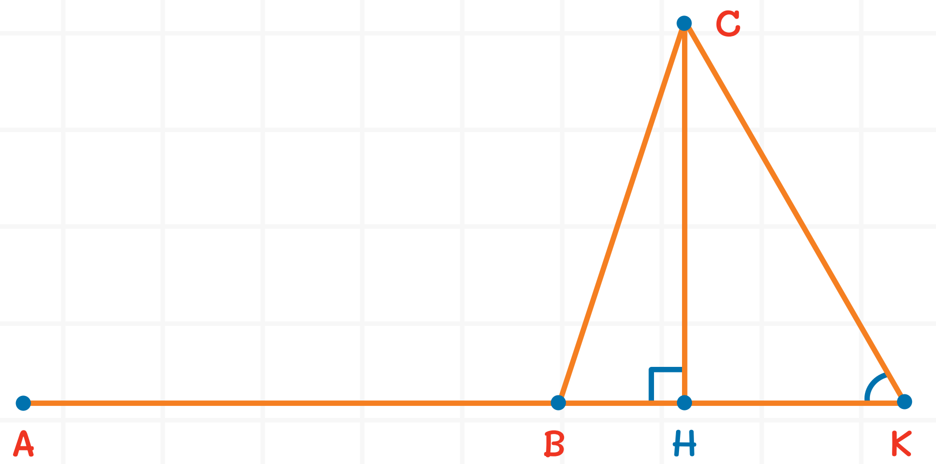
Đặt $R = 3cm$, $R' = 7cm$. Vì $R' > R$ và $OO' < R' - R$ nên hai đường tròn đựng nhau.

CÂU 19

Vì $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.2h = 18\pi \Rightarrow h = \dfrac{9}{2}$ cm

Thể tích hình trụ là $V = \pi R^2h = \pi.2^2.\dfrac{9}{2} = 18\pi$

CÂU 19



Hạ $CH \perp AK$ tại H.

Xét tam giác CHK vuông tại H có:

$$CH = CK.\sin 60^{o} = 3\sqrt{3}\,cm$$

$$HK = CK.\cos 60^{o} = 3cm$$

Gọi $AB = x \Rightarrow BK = 12 - x$

$$\Rightarrow BH = BK - HK = 9 - x$$

Có $AB > BK$ nên $x > 12 - x \Rightarrow x > 6$

Xét tam giác BHC vuông tại H có: $BC = \sqrt{CH^2 + BH^2} = \sqrt{27 + (9-x)^2}$

Theo đề bài ta có BC.50 + AB.30 = 500

$$5.BC + AB.3 = 10$$

$$5\sqrt{27 + (9-x)^2} = 10 - 3x$$

$$25.\left[27 + (9-x)^2\right] = (10 - 3x)^2$$

Giải phương trình bậc hai ta có $x \approx 7{,}8km$

PHẦN II. TỰ LUẬN

CÂU 1

a) $A=\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}=\left|1-\sqrt{3}\right|-\left|1+\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}-1=-2$

b) $B=\left(\dfrac{2}{\sqrt{a}+3}-\dfrac{1}{\sqrt{a}-3}+\dfrac{6}{a-9}\right):\dfrac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+3}.\left(a\geq 0 \text{ và } a\neq 9\right)$

$$B=\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{6}{\left(\sqrt{a}-3\right)\left(\sqrt{a}+3\right)}\right):\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+3}$$

$$B=\left[\frac{2\left(\sqrt{a}-3\right)}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}-\frac{\sqrt{a}+3}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}+\frac{6}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}\right]:\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+3}$$

$$B=\frac{2\left(\sqrt{a}-3\right)-\sqrt{a}-3+6}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}\cdot\frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-3}=\frac{\sqrt{a}-3}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}\cdot\frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-3}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{a}-3}$$

CÂU 2

a) Với m = 0, phương trình trở thành $x^2-2x-8=0.\Delta'=1+8=9>0$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1=1+\sqrt{9}=4$; $x_2=1-\sqrt{9}=-2$

b) Xét phương trình $x^2-(m+2)x-8=0$ (*)

$\Delta=[-(m+2)]^2-4.(-8)=(m+2)^2+32>0$ với $\forall m$

Do đó phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với $\forall m$.

Theo định lý Vi-et, ta có: $x_1+x_2=m+2$; $x_1.x_2=-8$.

Vì x_1 là nghiệm của (*) nên ta có $x_1^2-(m+2)x_1-8=0$, suy ra $x_1^2=(m+2)x_1+8$

Có $x_1^2+(m+2)x_2=12$ (2)

$(m+2)x_1+8+(m+2)x_2=12$

$(m+2)(x_1+x_2)=4$

$(m+2)^2=4$

Giải được m = 0, m = –4 (TM)

CÂU 3

Gọi x là số sản phẩm mà người công nhân dự định làm trong một giờ (ĐK: $x \in N'$)

Thời gian để người công nhân làm xong 70 sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{70}{x}$ (giờ)

Do làm vượt mức 10 sản phẩm nên thực tế công nhân đó làm được 70 + 10 = 80 sản phẩm.

Do cải tiến kỹ thuật, mỗi giờ người đó làm thêm được 5 sản phẩm nên thực tế một giờ người công nhân làm được x + 5 sản phẩm

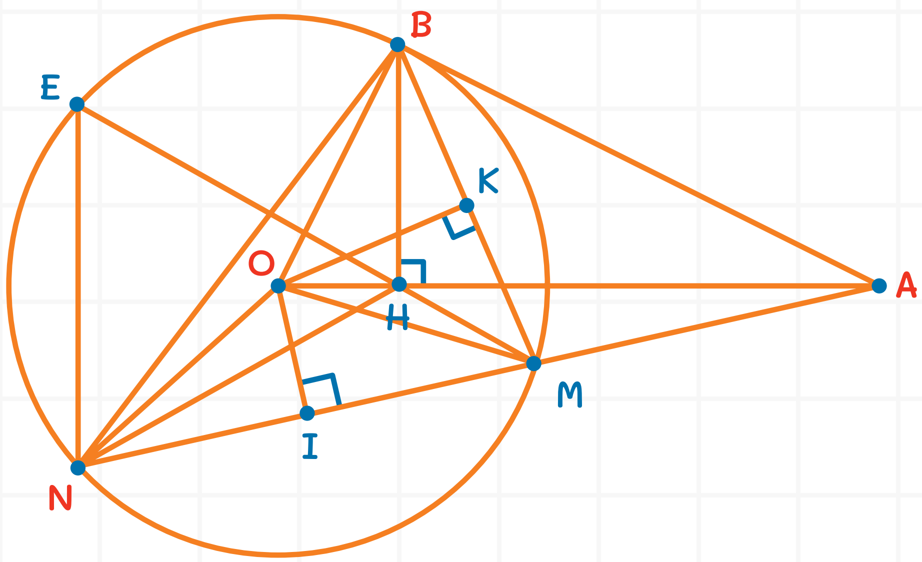
Thời gian để người công nhân làm xong 80 sản phẩm là: $\frac{80}{x+5}$ (giờ)

Vì hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định $\frac{2}{3}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{80}{x+5}+\frac{2}{3}=\frac{70}{x}$

$\Rightarrow x^2 + 20x - 525 = 0$. Giải được x = 15 (TM), x = 35 (KTM)

Vậy theo kế hoạch trong một giờ người công nhân đó làm được 15 sản phẩm.

CÂU 4



a) Ta có AB là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{ABO}=90°$ $\Rightarrow \Delta ABO$ vuông tại B $\Rightarrow$ A, B, O thuộc đường tròn đường kính AO.

Có I là hình chiếu của O trên MN nên $OI \perp MN \Rightarrow \Delta AIO$ vuông tại I $\Rightarrow$ A, I, O thuộc đường tròn đường kính AO.

Suy ra bốn điểm A, B, O, I cùng thuộc một đường tròn $\Rightarrow$ tứ giác ABOI nội tiếp đường tròn.

b) Hạ $OK \perp BM$.

Có OM = OB $\Rightarrow \Delta OBM$ cân tại O $\Rightarrow$ OK là tia phân giác của $\widehat{BOM} \Rightarrow \widehat{BOK}=\frac{1}{2}\widehat{BOM}$

Mà $\widehat{BNM} = \frac{1}{2}\widehat{BOM}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn 1 cung) $\Rightarrow \widehat{BNM} = \widehat{BOK}$

Mặt khác $\widehat{BOK} = \widehat{ABM}$ (cùng phụ với $\widehat{OBK}$) $\Rightarrow \widehat{BNM} = \widehat{ABM}$

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ANB$ có: $\widehat{MAB}$ chung và $\widehat{BNM} = \widehat{ABM}$

$\Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle ANB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AN.AM$

c) Có $AH.AO = AB^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông ABO) $\Rightarrow AH.AO = AN.AM$

Do đó $\triangle AMH \sim \triangle AON$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AHM} = \widehat{NMO}$

Mà $\widehat{MNO} = \widehat{NMO}$ (do $\triangle OMN$ cân tại O). Suy ra $\widehat{AHM} = \widehat{MNO}$ **(1)**. Suy ra $\widehat{MNO} + \widehat{OHM} = 180^\circ$

Chứng minh được tứ giác MHON nội tiếp nên $\widehat{NMO} = \widehat{NHO}$ **(2)**

Ta có NE // BH và $BH \perp AO \Rightarrow NE \perp HO$

Có OE = ON nên O thuộc đường trung trực của NE $\Rightarrow$ OH là đường trung trực của NE

$\Rightarrow$ HE = HN

Suy ra tam giác HNE cân tại H nên HO là phân giác của $\widehat{NHE} \Rightarrow \widehat{EHO} = \widehat{NHO}$

Từ **(1)**, **(2)**, **(3)** có $\Rightarrow \widehat{AHM} = \widehat{EHO}$

Có 3 điểm A, H, O thẳng hàng nên $\widehat{AHM} + \widehat{MHO} = 180^\circ$.

Do đó $\widehat{EHO} + \widehat{MHO} = 180^\circ$ nên 3 điểm M, H, E thẳng hàng.

CÂU 5

Gọi khoảng cách từ E đến AB, AD lần lượt là EH, EK

Đặt KH = x (m) (x > 0)

Có: $\triangle KEN \sim \triangle HME \Rightarrow \frac{KE}{KN} = \frac{HM}{HE} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{HM}{5} \Rightarrow HM = \frac{60}{x}$(m)

S_{AMN} là: $S_{AMN} = \frac{1}{2}AM.AN = \frac{1}{2}\left(12 + \frac{60}{x}\right).(5 + x) = \left(6 + \frac{30}{x}\right).(5 + x)$ (m^2)

Xét $\left(6 + \frac{30}{x}\right).(5 + x) = 60 + 6x + \frac{150}{x}$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM 2 số cho: $6x$; $\frac{150}{x}$

$6x + \frac{150}{x} \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} = 60 \Rightarrow S_{AMN} \geq 60 + 60 = 120$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $6x = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 5$

Vậy diện tích nhỏ nhất phần góc ao AMN mà anh Thịnh có thể quây được là $120m^2$

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 12

CÂU 1

1)

a) Nhóm [25;35) chiếm 33,75% so với tổng số đại biểu và có 54 người nên:

54 : 33,75% = 160 (người)

Tổng số đại biểu tham dự hội nghị là 160 người.

b) Tổng số % số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi là: 33,75% + 28,75% = 62,5% > 50%

Nhận định trên là đúng.

2)

Không gian mẫu của phép thử là:

$\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$.

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là 12.

Gọi A là biến cố "Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ".

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là n(A) = 8

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$.

CÂU 2

a) Thay x = 9 (thoả mãn điều kiện $x \geq 0$, $x \neq 1$) vào biểu thức B ta được: $B = \dfrac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{9}+1} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$.

b) Ta có:

$$A = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} - \frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} + \frac{4\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$= \dfrac{x+4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \dfrac{(\sqrt{x}+2)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$.

b) Ta có: $T = 4-\dfrac{3}{2}AB = 4-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 4-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{5\sqrt{x}+2}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} = \dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} < \dfrac{5}{2}$

Vì T nhận giá trị nguyên nên $T \leqslant 2$

Giá trị nguyên lớn nhất của T = 2 khi $\dfrac{5\sqrt{x}+2}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} = 2$ suy ra $5\sqrt{2}+2 = 4\sqrt{x}+4$ hay $\sqrt{x}=2$,

Ta tìm được x = 4 (thoả mãn điều kiện $x \geqslant 0$, $x \neq 1$).

Vậy khi x = 4 thì T đạt giá trị nguyên lớn nhất.

CÂU 3

1)

Gọi vận tốc của xe khách là x (km/h) (x > 0)

Vận tốc của xe tải là x + 10 (km/h)

Thời gian xe khách đi quãng đường AB là $\dfrac{360}{x}$ (giờ)

Thời gian xe tải đi quãng đường AB là $\dfrac{360}{x+10}$ (giờ)

Đổi 18 phút $=\dfrac{3}{10}$ giờ, 1 giờ 30 phút $=\dfrac{3}{2}$ giờ

Theo đề bài ta có phương trình $\left(\dfrac{360}{x}+\dfrac{3}{10}\right)-\dfrac{360}{x+10}=\dfrac{3}{2}$

$$\dfrac{180}{x}-\dfrac{180}{x+1}=\dfrac{3}{5}$$

$$900(x+10)-900x = 3x^2+30x$$

$$3x^2+30x-9000=0$$

Giải được $x_1 = 50$; $x_2 = -60$

Vậy vận tốc của xe khách là 50 km/h, vận tốc của xe tải là 60 km/h.

2)

Gọi x (khẩu trang) là số khẩu trang của tổ I sản xuất theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).

Gọi y (khẩu trang) là số khẩu trang của tổ II sản xuất theo kế hoạch ($y \in \mathbb{N}^*$).

Theo đề bài, ta có phương trình x + y = 720000 (1). Thực tế, tổ I sản xuất được 115%x (khẩu trang); tổ II sản xuất được 112%y (khẩu trang).

Theo đề bài, ta có phương trình 115%x + 112%y = 819000 (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 720000 \\ 1,15x + 1,12y = 819000 \end{cases}$

Giải được x = 420000; y = 300000.(TM)

Vậy số khẩu trang tổ I sản xuất theo kế hoạch là 420000 khẩu trang; tổ II sản xuất theo kế hoạch là 300000 khẩu trang.

3)

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $2x^2 = (m + 1)x - m + 3$

Hay $2x^2 - (m + 1)x + m - 3 = 0$

Phương trình trên là phương trình bậc hai có:

$\Delta = (m + 1)^2 - 4.2.(m - 3) = m^2 + 2m + 1 - 8m + 24$

$= m^2 - 6m + 25$

$= (m - 3)^2 + 16$

Vì $(m - 3)^2 \geqslant 0$ $\forall m$ nên $(m - 3)^2 + 16 \geqslant 16 > 0$ $\forall m$

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Do đó đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Vì x_1; x_2 là hoành độ giao điểm nên x_1; x_2 là nghiệm của phương trình (1)

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{m+1}{2} \\ x_1 x_2 = \dfrac{m-3}{2} \end{cases}$

Vì $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ là tọa độ giao điểm của (d) và (P) nên $y_1 = 2x_1^2$; $y_2 = 2x_2^2$. Ta có:

$$2y_1 + 2y_2 = (m + 1)x_2 + 2x_1^2 + 8$$

$$4x_1^2 + 4x_2^2 = 2.(x_1 + x_2)x_2 + 2x_1^2 + 8$$

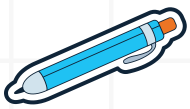
$$4x_1^2 + 4x_2^2 = 2.x_1x_2 + 2x_2^2 + 2x_1^2 + 8$$

$$2x_1^2 + 2x_2^2 - 2.x_1x_2 - 8 = 0$$

$$2(x_1 + x_2)^2 - 6\,x_1x_2 - 8 = 0$$

$$2 \cdot \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{m-3}{2} - 8 = 0$$

$$\frac{m^2 + 2m + 1}{2} - \frac{6m - 18}{2} - 8 = 0$$



$$m^2 + 2m + 1 - 6m + 18 - 16 = 0$$

$$m^2 - 4m + 3 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$$

Vậy $m \in \{1;3\}$

CÂU 4

1)

a) Thể tích của 6 lon nước là: $V = 6.\pi R^2h = 6.3,14.\left(\frac{6,3}{2}\right)^2.12 \approx 2243,3cm^3$

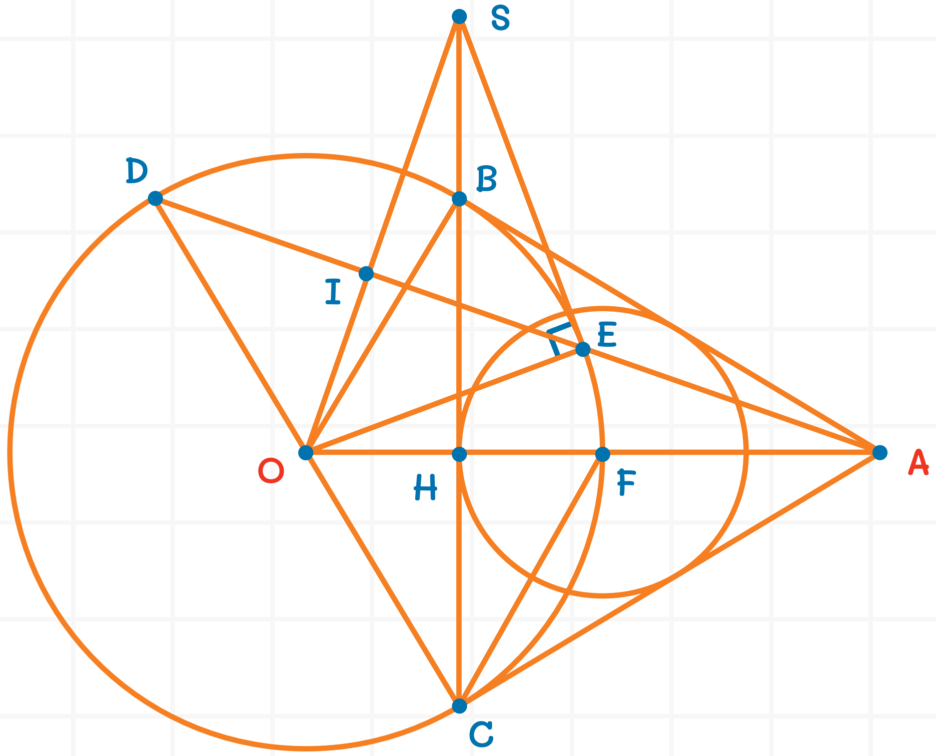
b) Chiều cao của hộp đựng là 12cm.

Chiều rộng của hộp đựng là 6,3.2 = 12,6cm

Chiều dài của hộp đựng là 6,3.3 = 18,9cm

Thể tích hộp đựng là: $12,6.18,9.12 \approx 2857,7cm^3$

2)



a) Xét (O) có AB, AC lần lượt là tiếp tuyến tại B và C

$\Rightarrow$ $AB \perp OB$ tại B, $AC \perp OC$ tại C nên hai tam giác ABO và ACO vuông lần lượt tại B và C

Do đó 4 điểm A, B, O, C thuộc đường tròn đường kính AO

Vậy tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.

b) Có AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại A $\Rightarrow$ A thuộc đường trung trực của BC.

Có OB = OC $\Rightarrow$ O thuộc đường trung trực của BC.

Suy ra OA là đường trung trực của BC $\Rightarrow$ $OA \perp BC$.

Vì D và C đối xứng qua O và $C \in (O)$ nên DC là đường kính của (O)

Suy ra $\widehat{CBD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)). Do đó $DB \perp BC$ vậy BD // AO

c) Gọi H là giao điểm của BC và AO $\Rightarrow AO \perp BC$ tại H

Có $\triangle ABC$ cân tại A nên AH là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

Vẽ tia phân giác của $\widehat{ACB}$ cắt AH tại F

$\Rightarrow$ F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và bán kính là FH

Xét tam giác ACO vuông có $OC^2 = OH.OA$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Suy ra $R^2 = OH.2R \Rightarrow OH = \dfrac{R}{2}$ và $AH = OA - OH = 2R - \dfrac{R}{2} = \dfrac{3R}{2}$

Mặt khác $CH^2 = AH.OH = \dfrac{3R^2}{4} \Rightarrow CH = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác AOC vuông có: $AC = \sqrt{AO^2 - OC^2} = R\sqrt{3}$

Xét tam giác AHC có: $\dfrac{CH}{CA} = \dfrac{HF}{FA} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2} : R\sqrt{3} = \dfrac{1}{2}$

Suy ra $\dfrac{HF}{HF + FA} = \dfrac{HF}{AH} = \dfrac{1}{2+1} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow HF = \dfrac{1}{3}AH = \dfrac{R}{2}$

d) Gọi hai tiếp tuyến tại D và tại E của (O) cắt nhau ở S', H là giao điểm của BC và AO và I là giao điểm của S'O và DE. Suy ra S'O là đường trung trực của DE $\Rightarrow S'O \perp DE$ tại I.

Xét tam giác S'OE vuông tại E có: $OE^2 = OI.OS'$ (hệ thức lượng)

Xét tam giác AOB vuông tại B có: $OB^2 = OH.OA$ nên có $OI.OS' = OH.OA$

Xét $\triangle OIA$ và $\triangle OHS'$ có: $\hat{O}$ chung và $\dfrac{OI}{OH} = \dfrac{OA}{OS'} \Rightarrow \triangle OIA \sim \triangle OHS'$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OHS'} = 90^\circ$

Suy ra $S'H \perp AO$ tại H. Mà $BC \perp AO$ tại H nên S', B, C thẳng hàng

Suy ra S' là giao của BC và tiếp tuyến tại E. Mà S là giao của BC và tiếp tuyến tại E

Do đó S và S' trùng nhau. Ta có S'D là tiếp tuyến tại D của (O)

Nên SD là tiếp tuyến tại D của (O)

CÂU 5

Số tiền thu được trên mỗi chuyến xe là: $x\left(180 - \dfrac{3x}{2}\right)^2$ với $x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 50$

Xét $x\left(180 - \dfrac{3x}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{3} \cdot 3x\left(180 - \dfrac{3x}{2}\right)\left(180 - \dfrac{3x}{2}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức phụ AM-GM 3 số cho: $3x$; $\left(180 - \dfrac{3x}{2}\right)$; $\left(180 - \dfrac{3x}{2}\right)$

$$3x\left(180-\frac{3x}{2}\right)\left(180-\frac{3x}{2}\right)\le\left(\frac{3x+180-\frac{3x}{2}+180-\frac{3x}{2}}{3}\right)^3=1728000$$

$$\Rightarrow\frac{1}{3}\cdot 3x\left(180-\frac{3x}{2}\right)\left(180-\frac{3x}{2}\right)\le\frac{1}{3}\cdot 1728000=576000$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $3x=180-\frac{3x}{2}\Rightarrow x=40$

Tổng số tiền thu được từ hành khách là: $40\left(180-\frac{3.40}{2}\right)^2$

Vậy số hành khách trên mỗi chuyến xe là 40 thì tổng số tiền thu được từ hành khách là nhiều nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 13

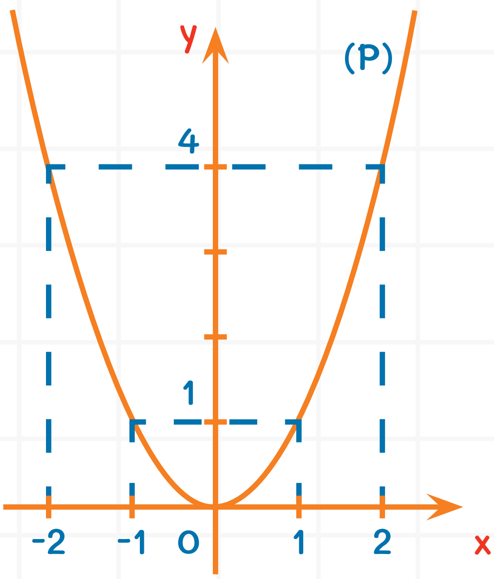
CÂU 1

Cho parabol (P): $y = x^2$

a) Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vẽ đồ thị (P):



Đồ thị (P) nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (P)$, $(x_0, y_0 \neq 0)$ là điểm cần tìm. Khi đó: $x_0.y_0 = 8 \Rightarrow y_0 = \frac{8}{x_0}$

Thay toạ độ điểm $M\left(x_0; \frac{8}{x_0}\right)$ vào (P) ta được: $\frac{8}{x_0} = x_0^2$ hay $x_0^3 = 8$

Giải được $x_0 = 2$, suy ra $y_0 = 4$

Vậy có 1 điểm M thoả mãn yêu cầu bài toán là M(2; 4).

CÂU 2

Theo hệ thức Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$ nên $x_1 > 0$, $x_2 > 0$

Suy ra $|x_1| + |x_2| = x_1 + x_2 = 12$

x_1 là nghiệm của PT đã cho nên $x_1^2 - 12x_1 + 4 = 0$ hay $x_1^2 = 12x_1 - 4$ hay $3x_1^2 = 36x_1 - 12$

Suy ra $3x_1^2 + 36x_2 - 4 = 36x_1 - 8 + 36x_2 - 4 = 36\left(x_1 + x_2\right) - 12 = 36.12 - 12 = 420$

Vậy $T = \frac{12}{420} = \frac{1}{35}$

CÂU 3

a) Số học sinh trong lớp 9A cao từ 160cm trở lên là 14 + 7 + 3 = 24 (học sinh).

b) Chiều cao trung bình của các học sinh lớp 9A là:

$$\frac{150.6 + 155.10 + 160.14 + 165.7 + 170.3}{40} \approx 159 \text{ (cm)}$$

c) Tần số tương đối của nhóm [155; 160) là $\frac{10}{40} = 25\%$.

d) Số học sinh đạt chiều cao chuẩn hoặc cao hơn chiều cao trung bình là 3 (học sinh)

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3}{40} = 7{,}5\%$.

CÂU 4

a) Gọi số ly cà phê bán được trong một ngày là x (x_1, đơn vị: ly).

Tổng lợi nhuận L(x) (đơn vị: nghìn đồng) mà chủ quán thu được trong một ngày khi bán được x ly cà phê là: L(x) = 20x - (1500 + 8x) = 12x - 1500 (nghìn đồng)

b) Mục tiêu lợi nhuận tối thiểu hàng ngày là 1800000 đồng, tức là 12x - 1500 ⩾ 1800 hay x ⩾ 400

Vậy chủ quán cần bán ít nhất 400 ly cà phê trong ngày để đạt được mục tiêu này.

CÂU 5

1. Diện tích phần giấy của chiếc quạt là: $S = \dfrac{\pi.(2,4)^2 - \pi(2,4-1,7)^2}{2}$

Tính được diện tích khoảng 8,28dm^2

2.

a) Bán kính đáy của thùng tôn là 0,6 : 2 = 0,3 (m)

Thể tích thùng tôn đó là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 0{,}3^2 \cdot 1 \approx 0{,}2826$ (m^3)

b) Diện tích xung quanh của thùng tôn đó là: $S = 2\pi Rh = 0{,}6\pi$ (m^2)

Số tiền doanh nghiệp cần chi là: $0{,}6\pi \cdot 100 \cdot 800 \approx 150796$ (nghìn đồng)

CÂU 6

Đổi 15 phút = $\dfrac{1}{4}$ (h)

Gọi vận tốc của người đó lúc đi từ A đến B là x (km/h) (x > 0)

Thời gian người đó đi từ A đến B là $\dfrac{90}{x}$ (h)

Vận tốc người đó đi từ B về A là x + 10 (km/h)

Thời gian người đó đi từ B vè A là $\dfrac{100}{x+10}$ (h)

Vì thời gian lúc ít hơn thời gian lúc đi 15 phút nên ta có phương trình: $\dfrac{90}{x} - \dfrac{100}{x+10} = \dfrac{1}{4}$

Giải phương trình được: x = 40 hoặc x = -90 (L)

CÂU 7

a) Do đường tròn (O) tiếp xúc với ba cạnh của tam giác ABD tại M, N, P nên BM, BN là hai tiếp tuyến.

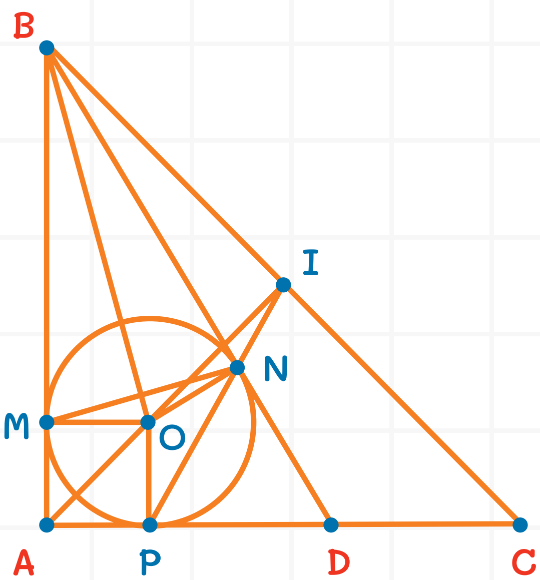
Suy ra: BM ⊥ OM, BN ⊥ ON hay ΔBMO vuông tại M và ΔBMO vuông tại N.

Do đó: Bốn điểm B, M, O, N cùng nằm trên đường tròn đường kính BO.

Ta có: OM ⊥ MA, OP ⊥ AP và OM = MA = AP = PO nên tứ giác OMAP là hình vuông.

Suy ra: AO nằm trên đường phân giác của góc A.

Mà AI cũng nằm trên đường phân giác của góc A



($\triangle ABC$ vuông cân tại A). Suy ra A, O, I thẳng hàng.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên AI là đường cao.

Suy ra: $OI \perp BC$ tại I.

Suy ra B, I, O cùng nằm trên đường tròn đường kính BO.

Vậy năm điểm B, M, O, I cùng nằm trên một đường tròn đường kính BO .

Ta có: $AI \perp BC \rightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$.

b) Ta có: $\widehat{BMN} = 90^\circ - \widehat{NMO}$ và $\widehat{CIP} = 90^\circ - \widehat{NIO}$

Mà $\widehat{NMO} = \widehat{NIO}$ (cùng chắn ON)

Suy ra: $\widehat{BMN} = \widehat{CIP}$

Mặt khác ta có: $\widehat{INM} + \widehat{IBM} = 180^\circ$ hay $\widehat{INM} + 45^\circ = 180^\circ$ và $\widehat{INM} = \frac{1}{2}\widehat{MOM} = 45^\circ$

Do đó: hay $\widehat{INM} + \widehat{MNP} = 180^\circ$

Vậy ba điểm N, I, P thẳng hàng.

c) Trong tam giác BMO vuông tại M có: $BM = \sqrt{OB^2 - MO^2} = \sqrt{(3R)^2 - R^2} = 2R\sqrt{2}$.

Suy ra: $AB = AC = 2R\sqrt{2} + R = \left(2\sqrt{2} + 1\right)R$

Ta có: $\sin\widehat{MBO} = \frac{MO}{BO} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}$.

Suy ra: $\widehat{MBO} \approx 19,47^0$ và $\widehat{MBN} \approx 38,94^0$

Suy ra: $\widehat{ADB} \approx 51,06^0$ và $\widehat{ADB} \approx 25,53^0$

Trong tam giác APO vuông tại P có: $\tan\widehat{PDO} = \frac{OP}{PD}$

Suy ra $PD = OP \cdot \tan\widehat{PDO} = R \cdot \tan 25,53^0 \approx 0,48R$

Diện tích tam giác BCDO bằng: $S_{BCDO} = S_{\triangle ABC} - S_{OMAP} - S_{\triangle BMO} - S_{\triangle OPD}$

$$S_{BCDO} = \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + 1)^2R^2 - R^2 - \frac{1}{2} \cdot 2R^2\sqrt{2} - \frac{1}{2} \cdot R \cdot 0,48R \approx 4,67R^2$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 14

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	A	A	B	C	B	A	A	D	A	A	D

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 3

Tần số tương đối của nhóm [4; 4,5) là: $\dfrac{15}{8+15+10+7} = 37,5\%$

CÂU 4

$V = \pi R^2 h = \pi 5^2.13 = 325\pi cm^3$

CÂU 5

$x(x - 3) + 2x + 5 \leq x^2 + 3x$

$2x + 5 \leq 0$

$x \leq -\dfrac{5}{2}$

Vì x là số nguyên lớn nhất nên x = -3

CÂU 6

Theo Viète ta có: $x_1 + x_2 = \frac{10}{5} = 2$, $x_1x_2 = -\frac{1}{5}$

$3(x_1 + x_2) + 5x_1x_2 = 3.2 + 5.\left(-\frac{1}{5}\right) = 5$

CÂU 7

$\widehat{BOC} = 2.\widehat{BAC} = 2.40^\circ = 80^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC)

CÂU 8

Các kết quả có thể xảy ra (mặt số 1; ngửa), (mặt số 2; ngửa), (mặt số 3; ngửa), (mặt số 4; ngửa), (mặt số 5; ngửa), (mặt số 6; ngửa), (mặt số 1, sấp), (mặt số 2, sấp), (mặt số 3; sấp), (mặt số 4; sấp); (mặt số 5; sấp), (mặt số 6; sấp). Không gian mẫu có 12 phần tử.

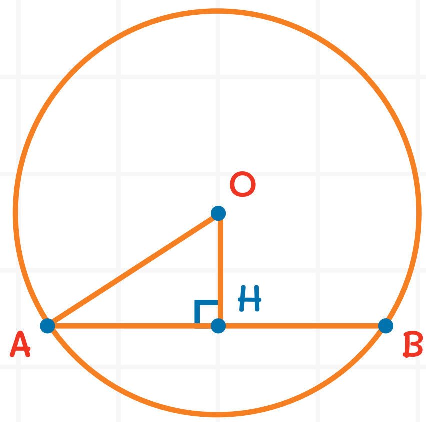
CÂU 9

$\sin\hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{10} = \frac{3}{5}$. Suy ra AB = 6.

CÂU 10

Hạ $OH \perp AB$. Suy ra H là trung điểm AB và OH = 8cm.

Có $HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = 6cm$. Suy ra AB = 12cm.



CÂU 11

Parabol nằm dưới trục hoành khi $a < 0 \Rightarrow a < 5$

CÂU 12

Độ dài $AB = R_A + R_B = 4 + 5 = 9cm$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM DẠNG ĐÚNG/SAI

CÂU 1

a) ĐÚNG

b) SAI. Thay x = 16 (tmđk) vào A ta được: $A = \dfrac{7}{\sqrt{16}\cdot\left(\sqrt{16}-2\right)} = \dfrac{7}{8}$

c) ĐÚNG. $B = \dfrac{x+12+2\left(\sqrt{x}-2\right)-4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \dfrac{x+12+2\sqrt{x}-4-4\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$$= \frac{x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

d) SAI. Có $P = \dfrac{7}{x-4}$. Khi $\dfrac{7}{x-4} \in \mathbb{Z}$ ta có: (x - 4) ∈ {±1; ±7}

x - 4	1	-1	7	-7
x	5	3	11	-3
p	7	-7	1	-1
	TM	L	TM	L

Mà x là số nguyên lớn nhất nên x = 11.

CÂU 2

a) SAI

b) ĐÚNG

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

c) ĐÚNG. Đường thẳng d // d' suy ra d: y = 3x + b

Vì d đi qua A(2; 8) nên 8 = 3.2 + b suy ra b = 2

Đường thẳng d: y = 3x + 2. Vậy a = 3; b = 2

d) SAI. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và Parabol (P) Là: $x^2 - 3x - 2 = 0$

Ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = \left(x_1 + x_2\right)^2 - 7x_1x_2 = 3^2 - 7\cdot\left(-2\right) = 23$

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

CÂU 1

Xét phương trình $2x^2 - 6x + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 . x_2 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó ta có: $M = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{2}{x_1x_2} = \dfrac{x_1 + x_2 + 2}{x_1x_2} = \dfrac{3+2}{\dfrac{1}{2}} = 10$

CÂU 2

Gọi giá tiền của một cái áo và một cái quần theo giá niêm yết lần lượt là x, y (nghìn đồng) $(0 < x, y < 1950)$

Vì tổng số tiền phải trả để mua 3 cái áo và 2 cái quần theo giá niêm yết là 1950000 đồng nên ta có phương trình: (1)

Giá một chiếc áo sau khi tăng thêm 10% là: x + 10%x = 1,1x (nghìn đồng)

Giá một chiếc quần sau khi giảm đi 20% là: y - 20%y = 0,8 (nghìn đồng)

Vì chị Thơ phải trả số tiền là 1875000 đồng khi mua 3 cái áo và 2 cái quần nên ta có:

3.1,1x + 2.0,8y = 1875 hay 3,3x + 1,6y = 1875 (2)

Từ (1)và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 2y = 1950 \\ 3,3x + 1,6y = 1875 \end{cases}$

Giải được $\begin{cases} x = 350 \\ y = 450 \end{cases}$ (tmđk). Vậy giá tiền niêm yết của một cái áo là 350 nghìn đồng, giá niêm yết của một cái quần là 450 nghìn đồng.

CÂU 3

Xét $\triangle MNP$ vuông tại N, ta có: $\cos\widehat{NMP} = \dfrac{MN}{MP}$

Suy ra $MP = \dfrac{MN}{\cos NMP} = \dfrac{60}{\cos 30^\circ} = 40\sqrt{3}$ (m).

Quãng đường MP dài hơn quãng đường MN là: $40\sqrt{3} - 60 \approx 9$ (m).

CÂU 4

Ta có bảng sau:

Quần tây	Xanh	Đen	Nâu
Xanh	(Xanh, xanh)	(Xanh, đen)	(Xanh, nâu)
Đen	(Đen, xanh)	(Đen, đen)	(Đen, nâu)
Nâu	(Nâu, xanh)	(Nâu, đen)	(Nâu, nâu)

Số phần tử của không gian mẫu là 9.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố "Anh An chọn được một bộ quần áo cùng màu" là: (Xanh, xanh); (Đen, đen); (Nâu, nâu). Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố. Xác suất của biến cố là:

$P = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

CÂU 5

a) Bán kính của lọ đựng các viên vitamin C có dạng hình trụ là: R = 4 : 2 = 2 (cm)

Thể tích của lọ vitamin C là: $V = \pi.R^2.h = \pi.22.1^2 = 48\pi \approx 150{,}8$ (cm^3)

Thể tích của một viên vitamin C là: $V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \dfrac{4}{3}\pi \cdot (0{,}5)^3 = \dfrac{1}{6}\pi \approx 0{,}5$ (cm^3)

b) Số viên vitamin C tối đa có thể chứa trong lọ: $(48\pi.90\%) : \left(\dfrac{1}{6}\pi\right) = 259{,}2... \approx 259$ (viên)

Vậy số viên vitamin C tối đa có thể chứa trong lọ là 259 viên.

CÂU 6

Số tiền ủng hộ của lớp 6C là: 1,1x (triệu đồng)

Số tiền ủng hộ của lớp 6B là: 1,25 . 1,1x = 1,375 (triệu đồng)

Số tiền ủng hộ của lớp 6A là: 1,8 . 1,375x = 2,475 (triệu đồng)

Số tiền ủng hộ của lớp 6E là: $\frac{1}{x}$ (triệu đồng)

Tổng số tiền cả khối 6 ủng hộ là: $x+1,1x+1,375x+2,475x+\frac{1}{x}=5,95x+\frac{1}{x}=\left(x+\frac{1}{4x}\right)+5,7x$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 2 số: $x;\frac{1}{4x}$ (Vì x > 0)

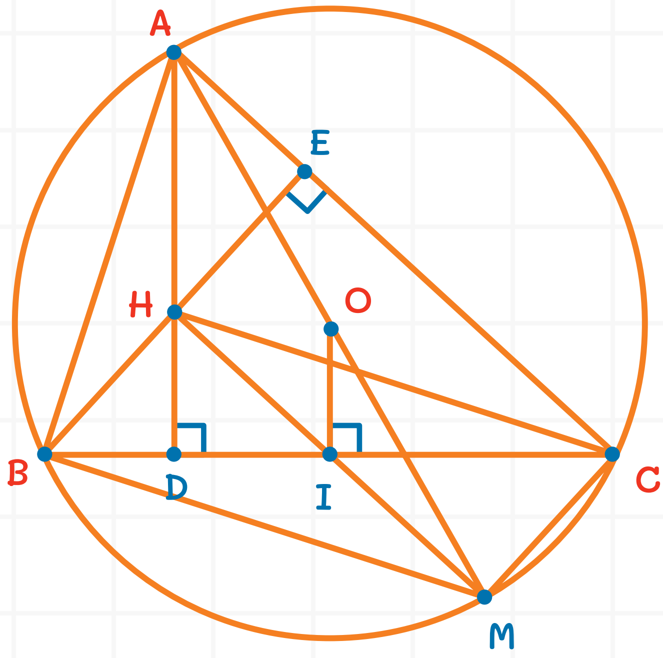
$$\left(x+\frac{1}{4x}\right)+5,7x\ge 2\sqrt{\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{4}}+5,7.2=12,4$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $x=\frac{1}{4x}x^2\Rightarrow x=4\Rightarrow x=2$

Vậy số tiền ít nhất mà khối 6 ủng hộ được là 12,4 triệu đồng và khi đó số tiền lớp 6D ủng hộ là 2 triệu đồng.

PHẦN IV. TỰ LUẬN

CÂU 1



a) Xét tam giác ABC có BE là đường cao ứng tại E $\Rightarrow \widehat{HEC}=90^\circ \Rightarrow \Delta HEC$ vuông tại E. Suy ra điểm H; E; C thuộc đường tròn đường kính HC **(1)**

AD là đường cao ứng với $BC\Rightarrow AD\perp BC$ tại D $\Rightarrow \widehat{HDC}=90^\circ \Rightarrow \Delta HDC$ vuông tại D.

Suy ra điểm H; D; C thuộc tròn đường kính HC **(2)**

Từ **(1)** và **(2)** ta có H; D; C; E nằm trên đường tròn đường kính HC. Suy ra tứ giác DHEC là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác ABC có hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H, suy ra H là trực tâm

$\Rightarrow CH\perp AB$. Xét đường tròn (O) có $\widehat{ACM}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow CM \perp AC$ Có $BE \perp AC \Rightarrow BE//CM \Rightarrow BH//CM$.

Tương tự $\widehat{ABM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BM \perp AB$

Có $CH \perp AB(cmt) \Rightarrow BM//CH$.

Xét tứ giác BHCM có $BH//CM; BM//CH$ nên tứ giác BHCM là hình bình hành.

Xét (O) có: $OI \perp BC$ tại I và BC là dây cung nên I là trung điểm BC.

Hình bình hành BHCM có I là trung điểm của đường chéo BC

Suy ra I là trung điểm của HM.

c) Xét $\triangle BHD$ và $\triangle ACD$ có $\widehat{BDH} = \widehat{ADC} = 90^\circ$

$\widehat{HBD} = \widehat{DAC}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$)

$$\Rightarrow \quad \triangle BHD \backsim \triangle ACD (g.g) \Rightarrow \frac{HD}{CD} = \frac{BD}{AD}$$

$$\Rightarrow DH \cdot AD = BD \cdot CD \le \frac{(BD+CD)^2}{4} = \frac{BC^2}{4} = \frac{3R^2}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi DB = DC. Mà $AD \perp BC$ tại D

Suy ra, tam giác ABC cân tại A và D trùng với I **(3)**

Có I là trung điểm của $BC \Rightarrow BI = IC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

$\triangle OBI$ vuông tại I có: $\sin\widehat{BOI} = \dfrac{BI}{OB} = \dfrac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{R} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BOI} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BOI} = 2.60^\circ = 120^\circ$

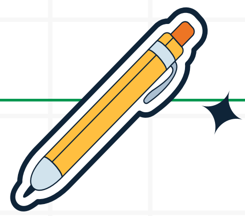
Xét (O) có: $\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2}\widehat{BOC} = 60^\circ$ **(4)**

Từ **(3)** và **(4)** ta suy ra tam giác ABC đều

Có $\triangle ABD$ vuông tại D. Theo định lí Pythagore có:

$$AD^2 + BD^2 = AB^2 \Rightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2 = 3R^2 - \frac{3R^2}{4} = \frac{9R^2}{4} \Rightarrow AD = \frac{3R}{2} (AD > 0)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{2} \cdot R\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$



CÂU 2

$F = 3x^2 + y^2 + z^2 = 2x^2 + x^2 + y^2 + z^2$

Từ giả thiết, nếu tồn tại bộ số $(x_0; y_0; z_0)$ thoả mãn bài toán.

Thì bộ số $(-x_0; y_0; z_0)$ cũng thoả mãn bài toán.

Không giảm tính tổng quát, ta giả sử $x \geqslant 0$.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - xyz = 4$, nên $x^2 + (y+z)^2 = 4 + (2+x)yz$

Do đó $x^2 + (y+z)^2 = 4 + (2+x)yz \geq x^2$ nên $(2+x)yz \geq x^2 - 4$ suy ra $yz \geq x - 2$.

Ta biến đổi $F = 2x^2 + xyz + 4$.

Ta có $F = 2x^2 + xyz + 4 \geq 2x^2 + x\cdot(x-2) + 4 = 3x^2 - 2x + 4 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{11}{3}$.

Vì $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 \geq 0$ với mọi X, do đó $F \geq \frac{11}{3}$.

Vậy, biểu thức F có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{11}{3}$ khi $x = \frac{1}{3}$ và $y = -\frac{\sqrt{15}}{3}; z = \frac{\sqrt{15}}{3}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ SỐ 15

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	B	C	B	B	A	B	C	A	C	A

GIẢI CHI TIẾT

CÂU 1

ĐKXĐ: $x \geqslant 0,\ x \neq 9$

$$\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \le \frac{x}{\sqrt{x}-3}$$

$$\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \ge 0$$

$$\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-3} \ge 0$$

Vì $\left(\sqrt{x}-1\right)^2 \ge 0$ nên $\sqrt{x}-3>0$. Suy ra $x > 9$.

Kết hợp ĐKXĐ ta có $x > 9$

CÂU 3

Chọn B vì $\Delta' = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2.1 = 0$ nên phương trình có nghiệm kép.

CÂU 4

Theo Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m - 3 \end{cases} \begin{cases} 2 + x_2 = m & (1) \\ 2.x_2 = m - 3 & (2) \end{cases}$

Ta có x_2 = m - 2, thay vào (2) ta có: 2.(m - 2) = m - 3.

Suy ra m = 1. Vậy x_2 = 1 - 2 = -1

CÂU 5

ĐKXĐ: x ≥ 0, x ≠ 1

Để $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \in U(3)$ = {±1; ±3}

Vì $\sqrt{x} - 1 \geq -1$ nên $\sqrt{x} - 1 \in$ {±1; 3}

Ta có bảng sau:

$\sqrt{x} - 1$	-1	1	3
x	0	4	16
p	-3	3	1
	TM	Loại	Loại

Vậy x = 0

CÂU 6

Theo Viète ta có: $x_1 + x_2 = 7$

CÂU 7

Tần số xuất hiện điểm 9 là: 30 - 8 - 6 - 5 - 4 = 7

CÂU 7

Do OA > R nên A nằm ngoài đường tròn (O).

Do OB = R nên B nằm trên đường tròn (O).

CÂU 9

Ta có bảng sau:

Xúc xắc	1	2	3	4	5	6
Đồng xu	(1, S)	(2, S)	(3, S)	(4, S)	(5, S)	(6, S)
S	(1, N)	(2, N)	(3, N)	(4, N)	(5, N)	(6, N)

Không gian mẫu có 12 phần tử.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM DẠNG ĐÚNG/SAI

CÂU 1

Vận tốc xe máy đi $\frac{1}{5}$ quãng đường đầu là: x - 15 (km/h)

Vận tốc xe máy đi $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ quãng đường sau là: x + 10 (km/h)

$\frac{1}{5}$ quãng đường đầu là: $\frac{1}{5}.100=20km$. Quãng đường sau là: 100 - 20 = 80km

Thời gian xe máy dự định đi hết quãng đường là: $\frac{100}{x}$ (giờ)

Thời gian xe máy đi quãng đường đầu là: $\frac{20}{x-15}$ (giờ) (1)

Thời gian xe máy đi quãng đường sau là: $\frac{80}{x+10}$ (giờ) (2)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{20}{x-15}+\frac{80}{x+10}=\frac{100}{x}$ (*)

$$x(x + 10) + 4x(x - 15) = 5(x - 15)(x + 10)$$

Giải phương trình ta được x = 30 (TM)

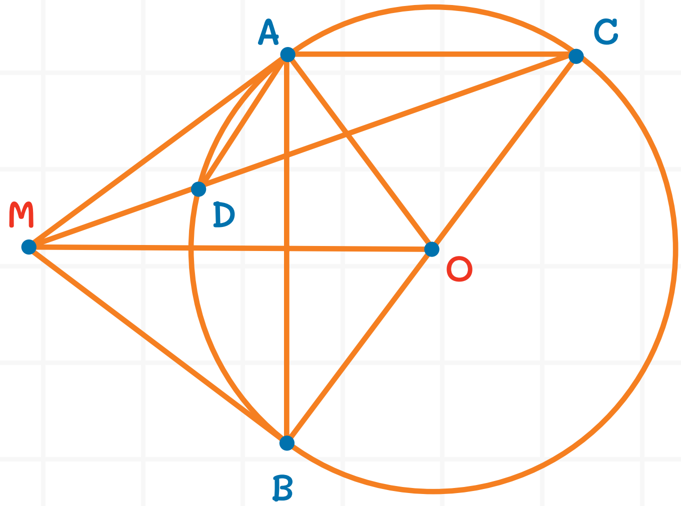
a) ĐÚNG. Thời gian dự định là: $\frac{100}{30}=\frac{10}{3}$ giờ 3 giờ 20 phút

b) SAI. Phương trình đúng là phương trình (*)

c) SAI. Biểu thức đúng là biểu thức (1)

d) ĐÚNG. Do vận tốc trung bình là 30km/h

CÂU 2



a) ĐÚNG. Xét tứ giác MAOB có:

$\widehat{MAO}+\widehat{MBO}+\widehat{AMB}+\widehat{AOB}=360^\circ$

Mà $\widehat{MAO}=\widehat{MBO}=90^\circ$ suy ra $\widehat{AOB}=120^\circ$

b) ĐÚNG. Số đo cung nhỏ $AB=\widehat{AOB}=120^\circ$.
Suy ra sđ cung lớn AB bằng 240°

c) SAI. Do MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M, suy ra OM là tia phân giác của $\widehat{AOB}\ \Rightarrow \widehat{BOM}=60^\circ$

Xét tam giác MOB vuông tại B có: $\tan\widehat{BOM}=\dfrac{MB}{OB}\ \Rightarrow \tan 60^\circ=\dfrac{MB}{5}\ \Rightarrow MB=5\sqrt{3}\text{ cm}$

d) SAI. Có $\triangle MDA \backsim \triangle MAC$ nên $\dfrac{MD}{MA}=\dfrac{MA}{MC}$. Suy ra $MD.MC=MA^2=MB^2=\left(5\sqrt{3}\right)^2=75$

CÂU 3

a) ĐÚNG

b) ĐÚNG

Ta có: $A\left(\sqrt{x}-2\right)=\left(\dfrac{x+4}{x-4}\right)\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=\dfrac{x+4}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{2\left(2+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}+2}=2$

(không phụ thuộc vào x).

c) SAI

Ta có: $B=\dfrac{\sqrt{x}+2-\left(\sqrt{x}-2\right)+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\dfrac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

d) ĐÚNG

Ta suy ra $AB=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. Do đó, $AB=\sqrt{x}+1$ khi và chỉ khi $\dfrac{2}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+1$. Phương trình này có nghiệm duy nhất x = 1.

CÂU 4

a) SAI. x, y là số tự nhiên lớn hơn 0.

b) ĐÚNG. Vì số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn nên $x - y = 100$.

Theo đề bài ta có: $x + 20\%x + y + 10\%y = 150$ hay $\frac{6}{5}x + \frac{11}{10}y = 150$

c) SAI. Giải hệ phương trình trên ta có $x = 400$, $y = 300$

Suy ra số học sinh thi Toán và Văn năm nay lần lượt là 480 và 330 học sinh.

d) ĐÚNG. Tổng số học sinh dự thi năm nay bằng $\frac{480.100}{60} = 800$ học sinh.

Đặt số học sinh thi cả Toán và Văn năm nay là z. Ta có $480 + 330 = 800 + z$. Do đó, số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay là 10.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

CÂU 1

Với $y = -1$ thì $-1 = -\frac{1}{9}x^2$ hay $x^2 = 9$

Khi đó $x = \pm 3$. Vậy có 2 điểm thỏa mãn đề bài $(3; -1)$ và $(-3; -1)$.

CÂU 2

PT có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta = (m+1)^2 - 4 > 0$ hay $\left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 1 \end{array}\right.$

Theo ĐL Viète ta có $x_1 + x_2 = m + 1$

Do x_1 là nghiệm của PT nên $x_1^2 = (m + 1)x_1 - 1$

Khi đó $x_1^2 + (m + 1)x_2 = 6m + 5$ trở thành $(m + 1)x_1 - 1 + (m + 1)x_2 = 6m + 5$

hay $(m + 1)(x_1 + x_2) = 6(m + 1)$

Thay (1) vào (2) ta được $(m + 1)^2 = 6(m + 1)$, do đó $\left[\begin{array}{l} m+1 = 0 \\ m+1 = 6 \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 5 \end{array}\right.$

Kết hợp (*) ta được $m = 5$ thỏa mãn.

CÂU 3

Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (2, 1); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (3, 1); (3, 2); (3, 4); (3, 5); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 5)\}$.

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là n(Ω) = 16.

Gọi A là biến cố "Lấy được 2 tấm thẻ mà tổng hai số trên hai tấm thẻ đó là số chia hết cho 2".

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là n(Ω) = 16.

Xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

CÂU 4

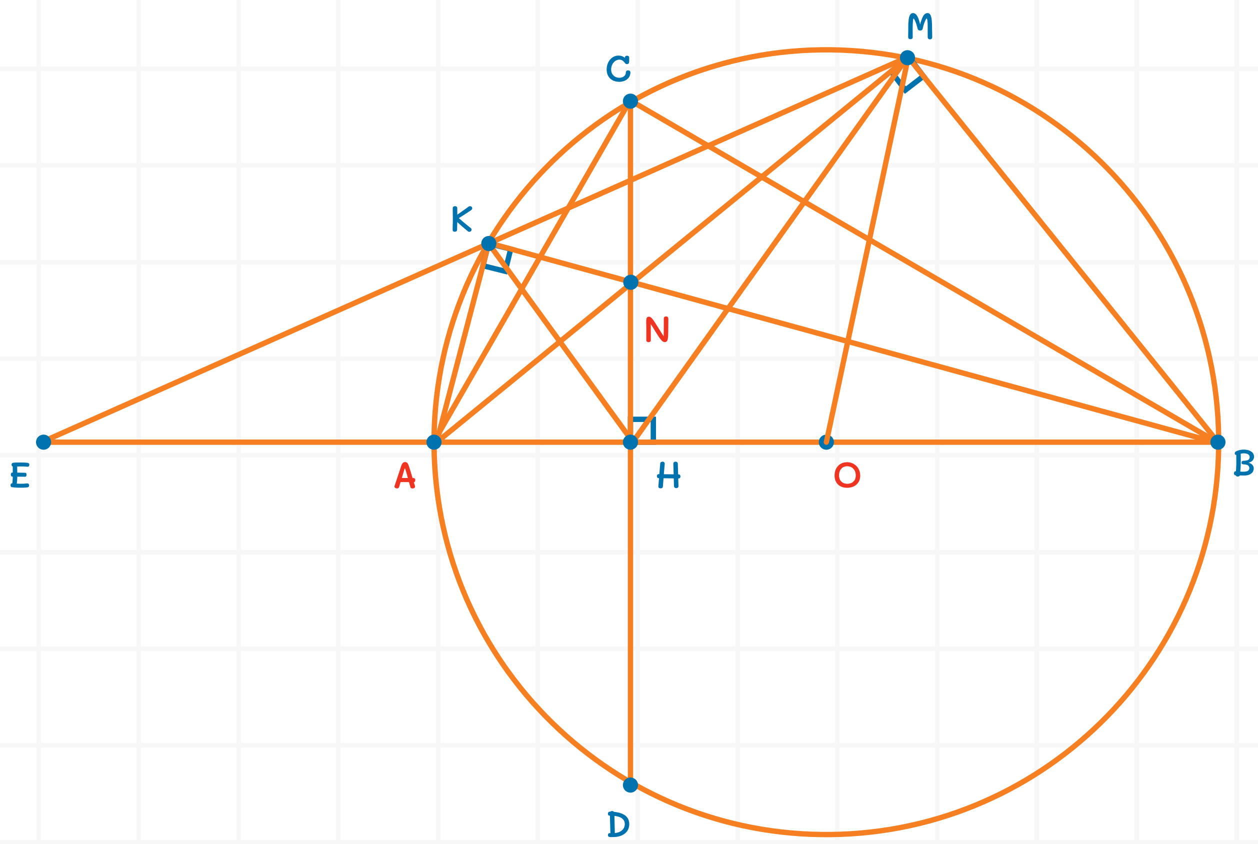
Chu vi đáy của hình trụ bằng với chiều dài của hình chữ nhật và chiều cao của hình trụ bằng với chiều rộng của hình chữ nhật.

Ta có $2\pi R = 30$, suy ra $R = \frac{15}{\pi}$ cm

Thể tích hình trụ là: $V = \pi R^2.h = \pi.\left(\frac{15}{\pi}\right)^2.21 \approx 1504cm^3$

PHẦN IV. TỰ LUẬN

CÂU 1



a) $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{NMB} = 90^\circ$ nên ΔBMN vuông tại M, suy ra B, M, N thuộc đường tròn đường kính BN.

$\widehat{NHB} = 90^\circ$ nên ΔBHN vuông tại H, suy ra B, H, N thuộc đường tròn đường kính BN.

Suy ra B, M, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính BN.

Suy ra tứ giác BMNH nội tiếp đường tròn.

b) Tam giác ANC và tam giác ACM có chung góc $\hat{A}$ (1)

Tam giác ACD cân tại A nên $\widehat{ACD} = \widehat{ADC}$

Mà $\widehat{ADC} = \widehat{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC) suy ra $\widehat{ACD} = \widehat{AMC}$ hay $\widehat{ACN} = \widehat{AMC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ΔANC đồng dạng với ΔACM

Vì ΔANC đồng dạng ΔACM nên ta có $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AC}{AM}$ hay $AM.AN = AC^2$

Tam giác ABC vuông tại C, có đường cao CH nên $AC^2 = AH.AB = \dfrac{1}{2}R \cdot 2R = R^2$

Vậy $AM.AN = R^2$.

c) Ta có $\widehat{MOB} = 2\widehat{MKB}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung MB) và $\widehat{MKB} = \widehat{MAB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

Vì $\widehat{AKN} = \widehat{AHN} = 90^\circ$ nên chứng minh được tứ giác AKNH nội tiếp đường tròn, suy ra $\widehat{NKH} = \widehat{NAH}$ hay $\widehat{BKH} = \widehat{MAB}$

Do đó $\widehat{MKB} = \widehat{BKH}$, suy ra $\widehat{MKH} = 2\widehat{MKB}$.

Vậy $\widehat{MKH} = \widehat{MOB}$.

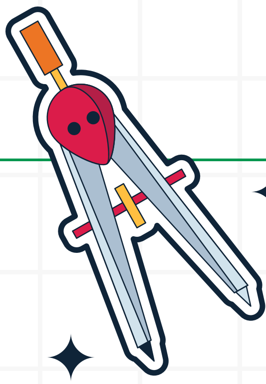
Vì $\widehat{MKH} = \widehat{MOB} \Rightarrow \widehat{EKH} = \widehat{EOM}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau) và $\hat{E}$ chung

Suy ra ΔEKH và ΔEOM đồng dạng $\Rightarrow EK.EM = EH.EO$

Có tứ giác AKMB nội tiếp đường tròn nên $\widehat{AKM} + \widehat{ABM} = 180^\circ$ mà $\widehat{AKM} + \widehat{EKA} = 180^\circ$ nên $\widehat{ABM} = \widehat{EKA}$. Suy ra ΔEAK và ΔEMB đồng dạng, suy ra $EK.EM = EA.EB$

Do đó $EH.EO = EA.EB \Rightarrow \left(EO - \dfrac{1}{2}R\right) \cdot EO = (EO - R) \cdot (EO + R) \Rightarrow EO = 2R$

Vậy $OA = R = \dfrac{1}{2}OE$ nên A là trung điểm của đoạn thẳng OE.



CÂU 2

2) Giải phương trình: $\sqrt{x^2+3x}+2\sqrt{x-1}=2x+\sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{x}}$. Điều kiện: $x \geqslant 1$

$$\sqrt{x^2+3x}+2\sqrt{x-1}=2x+\sqrt{\frac{x^2+2x-3}{x}}$$

$$\sqrt{x(x+3)}+2\sqrt{x-1}-2x-\sqrt{\frac{(x-1)(x+3)}{x}}=0$$

$$\left[\sqrt{x(x+3)}-\sqrt{\frac{(x-1)(x+3)}{x}}\right]+\left(2\sqrt{x-1}-2x\right)=0$$

$$\sqrt{\frac{x+3}{x}}\left(x-\sqrt{x-1}\right)-2\left(x-\sqrt{x-1}\right)=0$$

$$\left(x-\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{\frac{x+3}{x}}-2\right)=0$$

TH1: $x^2 = x - 1$ hay $x^2 - x + 1$ (vô nghiệm)

TH2: $\dfrac{x+3}{x}=4$ hay $x = 1$ (Thoả mãn điều kiện). Vậy $S = \{1\}$.