



CHỦ ĐỀ 4

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH HOẶC PHƯƠNG TRÌNH

HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1

BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ PHẦN TRĂM

BÀI 1

Gọi x là số tiền mua chiếc balo và y là số tiền mua chiếc máy tính cầm tay (nghìn đồng). Điều kiện $x > 0$, $y > 0$.

Tổng giá niêm yết trên hai sản phẩm là 885 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x + y = 885$

Số tiền thực tế phải trả để mua balo là: $x - 0,2x = 0,8x$ (nghìn đồng).

Số tiền thực tế phải trả để mua máy tính cầm tay là: $y - 0,25y = 0,75y$ (nghìn đồng)

Vì tổng số tiền phải trả là 682 nghìn đồng nên ta có phương trình: $0,8x + 0,75y = 682$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 885 \\ 0,8x + 0,75y = 682 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 365$, $y = 520$ (TMĐK)

BÀI 2

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm hai tổ sản xuất được trong tháng thứ nhất (sản phẩm). Điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.

Tháng thứ nhất cả hai cơ sở sản xuất được 9000 sản phẩm nên ta có phương trình: $x + y = 9000$

Số sản phẩm cơ sở I sản xuất được trong tháng thứ hai là:

$$x + 0,09x = 1,09x \text{ (sản phẩm)}$$

Số sản phẩm cơ sở II sản xuất được trong tháng thứ hai là:

$$y - 0,05y = 0,95y \text{ (sản phẩm)}$$

Tháng thứ hai cả hai cơ sở sản xuất được 9250 sản phẩm nên ta có phương trình: $1,09x + 0,95y = 9250$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 9000 \\ 1,09x + 0,95y = 9250 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 5000, y = 4000$ (TMĐK)

BÀI 3

Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 ($x, y > 0$).

Theo đề bài, ta có phương trình $x + y = 100$ (1)

Lượng axit nitric chứa trong dung dịch loại 1 là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$ (ml).

Vì cần trộn dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric nên ta có phương trình $\frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50\% \cdot 100$ (2)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được: $x = 20$ và $y = 80$ (TMĐK)

DẠNG 2

BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

BÀI 1

Gọi vận tốc của ô tô và xe máy lần lượt là x và y (km/h). Điều kiện $x > 0, y > 0$.

Quãng đường ô tô đi được từ lúc khởi hành đến điểm gặp nhau là $1 \cdot x = x$ (km).

Xe máy gặp ô tô sau khi xe máy xuất phát 1 giờ 30 phút $= \frac{3}{2}$ giờ. Quãng đường xe máy đi được từ lúc khởi hành đến điểm gặp nhau là $\frac{3}{2}y$ (km). Ta có phương trình: $x = \frac{3}{2}y$ (1)

Thời gian ô tô đi quãng đường AB là: $\frac{120}{x}$ (giờ). Thời gian xe máy đi quãng đường AB là: $\frac{120}{y}$ (giờ).

Vì ô tô đến B trước xe máy 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{120}{y} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ \frac{120}{x} + 1 = \frac{120}{y} \end{cases}$$

Thay $x = \frac{3}{2}y$ từ (1) vào (2) ta có phương trình: $\frac{360}{2x} - 1,5 = \frac{120}{x}$

Giải được $x = 40$ (TMĐK), suy ra $y = \frac{80}{3}$ (TMĐK).

Ô tô đi đến B mất: $120 : 40 = 3$ (giờ).

Ô tô đến B lúc: 8 giờ + 3 giờ + 30 phút = 11 giờ 30 phút

BÀI 2

Gọi vận tốc ban đầu của xe máy là x (km/h). Điều kiện $x > 0$.

Vận tốc lúc sau là $x + 8$ (km/h)

Thời gian xe máy dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{160}{x}$ (giờ)

Quãng đường xe đi được sau 2 giờ là $2x$ (km)

Thời gian xe đi với vận tốc $x + 8$ (km/h) là: $\frac{160 - 2x}{x + 8}$ (giờ)

Đổi 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ. Do xe máy đến B đúng thời gian quy định nên ta có phương trình:

$$2 + \frac{1}{3} + \frac{160 - 2x}{x + 8} = \frac{160}{x}$$

$$7(x + 8)x + (160 - 2x) \cdot 3 \cdot (x + 8) = 160 \cdot 3x$$

$$x^2 + 56x - 3840 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = 40$ (TMĐK), $x = -96$ (KTM).

BÀI 3

Gọi vận tốc dự định của ô tô đi quãng đường AB là x (km/h); điều kiện: $x > 4$.

Thời gian dự định của ô tô đi quãng đường AB là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Vì quãng đường ô tô đi là 120 km nên nửa quãng đường AB là:
 $120 : 2 = 60$ (km)

Vận tốc của ô tô đi nửa quãng đường đầu là: $x + 5$ (km/h)

Thời gian ô tô đi nửa quãng đường đầu là: $\frac{60}{x + 5}$ (giờ)

Vận tốc của ô tô đi nửa quãng đường sau là: $x - 4$ (km/h)

Thời gian ô tô đi nửa quãng đường sau là: $\frac{60}{x - 4}$ (giờ)

Vì ô tô đến B đúng thời gian dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-4} = \frac{120}{x}$$

$$120(x+5)(x-4) = 60x(x-4) + 60x(x+5)$$

$$120x^2 + 120x - 2400 = 60x^2 - 240x + 60x + 300x$$

$$60x = 240$$

$$x = 40 \text{ (TMDK)}$$

Vậy thời gian ô tô dự định đi hết quãng đường AB là: $120 : 40 = 3$ (giờ)

BÀI 4

Gọi vận tốc của ô tô đi từ A và ô tô đi từ B lần lượt là x và y (km/h).

Điều kiện $x > 0, y > 0$.

Sau 2 giờ, ô tô đi từ A đi được: $2x$ (km). Sau 2 giờ, ô tô đi từ B đi được: $2y$ (km).

Vì sau 2 giờ khởi hành thì hai ô tô gặp nhau nên ta có phương trình: $2x + 2y = 150$. Suy ra $x + y = 75$ (1)

Vận tốc của ô tô đi từ A sau khi tăng thêm 15km/h là $x + 15$ (km/h)

Theo đề bài ta có phương trình: $x + 15 = 2y$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 45; y = 30$ (TMDK)



BÀI 5

Gọi x là vận tốc của thuyền trong nước yên lặng (km/h) và y là vận tốc của dòng nước (km/h). Điều kiện: $x, y > 0$.

Vận tốc xuôi dòng của thuyền là: $x + y$ (km/h). Vận tốc ngược dòng của thuyền là: $x - y$ (km/h).

Thời gian thuyền đi xuôi dòng 40 km là $\frac{40}{x+y}$ và ngược dòng là $\frac{40}{x-y}$ (giờ).

Ta có phương trình: $\frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2}$

Thời gian thuyền xuôi dòng 5km bằng thời gian ngược dòng 4km nên ta có phương trình: $\frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y}$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \\ \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \end{cases} \quad \text{Đặt } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a \\ \frac{1}{x-y} = b \end{cases}$$

Khi đó ta có hệ sau $\begin{cases} a+b = \frac{9}{2} \\ a=b \end{cases}$. Giải được $a = \frac{1}{20}; b = \frac{1}{16}$

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y = 20 \\ x-y = 16 \end{cases}$. Giải được $x = 18; y = 2$ (TMĐK)

Vậy vận tốc của dòng nước là 2 (km/h).



DẠNG 3

BÀI TOÁN VỀ NĂNG SUẤT CÔNG VIỆC

BÀI 1

Gọi số sản phẩm mỗi ngày xí nghiệp phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 75$)

Số sản phẩm phải làm theo kế hoạch là 75 sản phẩm.

Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{75}{x}$ ngày.

Thực tế, mỗi ngày làm được $x + 5$ sản phẩm.

Thực tế số sản phẩm làm được là 80 sản phẩm.

Thực tế, thời gian hoàn thành là $\frac{80}{x}$ sản phẩm.

Thực tế, xí nghiệp hoàn thành trước 1 ngày so với kế hoạch nên ta có phương trình: $\frac{80}{x+5} + 1 = \frac{75}{x}$

Giải phương trình ta được $x = 15$ (TMĐK), $x = -25$ (KTM)

BÀI 2

Gọi số bộ quần áo mà phân xưởng phải may trong mỗi ngày theo kế hoạch là x (bộ quần áo)

Điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$; $x < 1800$

Khi đó thời gian phân xưởng may xong 1800 bộ quần áo theo kế hoạch là $\frac{1800}{x}$ (ngày)

Thực tế mỗi ngày may được $x + 10$ (bộ quần áo) nên thời gian phân xưởng may xong 900 bộ quần áo là $\frac{1800}{x+10}$ (ngày)

Do hoàn thành kế hoạch sớm hơn 6 (ngày) nên ta có phương trình:

$$\frac{1800}{x} - \frac{1800}{x+10} = 6$$

$$1800(x+1) - 1800x = 6x(x+10)$$

$$x^2 + 10x - 3000 = 0$$

Ta có $\Delta' = 5^2 - 1 \cdot (-3000) = 3025$. Do $\Delta' > 0$ nên phương trình có

hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + 55}{1} = 50 \text{ (TMĐK)}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 55}{1} = -60 \text{ (KTM)}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải may 50 bộ quần áo

BÀI 3

Gọi số cây mỗi ngày dự định người đó trồng là x (cây)

Thời gian trồng cây theo dự định là: $\frac{210}{x}$ (ngày)

Số cây trồng theo thực tế là: $x - 5$ (cây)

Thời gian trồng cây theo thực tế là $\frac{210}{x-5}$ (ngày)

Vì thời gian hoàn thành công việc chậm hơn 7 ngày so với dự kiến nên ta có phương trình:

$$\frac{210}{x-5} - \frac{210}{x} = 7$$

$$7x^2 - 35x - 1050 = 0$$

$$\begin{cases} x = 15 \text{ (TMĐK)} \\ x = -10 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy theo dự định ban đầu, người đó trồng được 15 cây mỗi ngày.

BÀI 4

Gọi số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là x (sản phẩm).

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 20$

Thời gian hoàn thành theo dự định là: $\frac{72}{x}$ giờ

Thực tế mỗi giờ người đó đã làm $x + 1$ (sản phẩm). Thời gian hoàn thành là: $\frac{80}{x+1}$ giờ

Vì thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định 12 phút $= \frac{1}{5}$ giờ

Nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x+1} - \frac{72}{x} = \frac{1}{5}$$

$$400x - 360(x + 1) = x(x + 1)$$

$$x^2 - 39x + 360 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x = 24$ (KTM); $x = 15$ (TMĐK)

Vậy số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là 15 sản phẩm.



DẠNG 4

BÀI TOÁN VỀ CÔNG VIỆC LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG

BÀI 1

Gọi thời gian An làm riêng một mình thì hoàn thành công việc là x (ngày), $x > 4$.

Gọi thời gian Bình làm riêng một mình thì hoàn thành công việc là y (ngày), $y > 1$.

Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Từ đó suy ra $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$ (TMĐK)

Vậy thời gian An làm riêng một mình để hoàn thành công việc là 6 ngày, thời gian Bình làm riêng một mình để hoàn thành công việc là 3 ngày.

BÀI 2

Gọi thời gian đội A và đội B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày). ĐK $x, y > 12$

Mỗi ngày, đội A làm được $\frac{1}{x}$ công việc. Mỗi ngày, đội B làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Mỗi ngày, hai đội làm được $\frac{1}{12}$ công việc.

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)

Trong 8 ngày làm chung, hai đội làm được $\frac{2}{3}$ công việc.

Trong 8 ngày tiếp theo, do tăng năng suất gấp đôi nên đội B làm được $\frac{16}{y}$ công việc.

Ta có phương trình: $\frac{2}{3} + \frac{16}{y} = 1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{16}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 16 \\ y = 48 \end{cases}$ (TMĐK)

BÀI 3

Gọi thời gian đội A, B làm riêng xong công việc lần lượt là x, y (ngày), $x, y > 0$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $y - x = 9$ (1)

Mỗi ngày đội A làm riêng được $\frac{1}{x}$ công việc. Mỗi ngày đội B làm riêng được $\frac{1}{y}$ công việc.

Mỗi ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{6}$ công việc.

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Thay $y = x + 9$ vào (2) ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{6}$

Giải phương trình ta được $x = 9$ (TMĐK), suy ra $y = 9 + 9 = 18$ (TMĐK)

Vì A làm 9 ngày xong nên 3 ngày làm được $\frac{1}{3}$ công việc.

Vì B làm 18 ngày xong nên 3 ngày B làm được $\frac{1}{18}$ công việc, số ngày làm xong $\frac{2}{3}$ công việc còn lại là $\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = 12$ ngày.

BÀI 4

Gọi thời gian máy 1 bơm đầy ruộng là x (h), $x > 0$

Gọi thời gian máy 2 bơm đầy ruộng là y (h), $x > y > 1$

Mỗi giờ vòi 1 chảy được: $\frac{1}{x}$ (ruộng).

Mỗi giờ vòi 2 chảy được: $\frac{1}{y}$ (ruộng)

Một giờ cả hai vòi chảy được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (ruộng)

Vì máy thứ nhất bơm suốt trong 8 giờ rồi mở máy thứ hai cùng bơm thêm 4 giờ nữa thì đầy ruộng nên ta có phương trình: $\frac{8}{x} + 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$

suy ra $\frac{12}{x} + \frac{4}{y} = 1$ (1)

Vì máy bơm thứ nhất bơm suốt trong 16 giờ 30 phút $= \frac{33}{2}$ rồi mở

máy thứ hai cùng bơm thêm 3 giờ nữa thì đầy ruộng $\frac{33}{2x} + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$

suy ra $\frac{39}{2x} + \frac{3}{y} = 1$ (2)

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{39}{2x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$. Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 42 \\ y = \frac{28}{5} \end{cases}$

Vậy thời gian máy 1 bơm đầy ruộng là 42(h), thời gian máy 2 bơm đầy ruộng là $\frac{28}{5}$ (h) = 5 giờ 36 phút.

DẠNG 5

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HÌNH HỌC

BÀI 1

Gọi chiều rộng mặt sân là x (m) ($x > 0$) $\Rightarrow$ chiều dài mặt sân là $x + 37$ (m)

Vì diện tích mặt sân là 7140m^2 nên ta có phương trình:

$$x(x + 37) = 7140$$

$$x^2 + 37x - 7140 = 0$$

Giải phương trình, ta được: $x = 68$ (TMĐK); $x = -105$ (KTM)

Vậy chiều rộng mặt sân là 68m, chiều dài là $68 + 37 = 105\text{m}$

BÀI 2

Gọi chiều rộng là x (m), chiều dài là y (m). Điều kiện: $0 < x \leq y$; $y > 0$

Nửa chu vi là $\frac{70}{2} = 35 \Rightarrow x + y = 35$

Khi chiều rộng tăng và chiều giảm ta có $(x - 3)(y + 5) = xy$, suy ra $5x - 3y = 15$

Theo đề bài ta hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 5x - 3y = 15 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$ (TMĐK)

Vậy chiều rộng là 15 m và chiều dài là 20m.

BÀI 3

Gọi chiều dài là x (m) ($0 < x < 7$)

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là y (m) ($0 < y < x$)

Chu vi của hình chữ nhật là 14m nên $x + y = 7$

Đường chéo của hình chữ nhật là 10 m nên $x^2 + y^2 = 25$

Vậy ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta nhận được $x = 4; y = 3$ (TMĐK)

DẠNG 6

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN QUAN HỆ CÁC SỐ

BÀI 1

Gọi hai số tự nhiên cần tìm là x, y ($x > y$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1031 \\ x = 6y + 86 \end{cases}$

Thay (2) và (1): $7y + 86 = 1031$ suy ra $y = 135$

Từ đó $x = 896$.

BÀI 2

Gọi số cần tìm là: $\overline{x4y}$

Tổng các chữ số bằng 17 có: $x + 4 + y = 17$, suy ra $x + y = 13$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\overline{x4y} - \overline{y4x}$

$$100x + 40 + y - (100y + 40 + x) = 99$$

$$x - y = 1$$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 1 \end{cases}$. Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases}$ (TMĐK)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 647.

DẠNG 7

MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TẾ

BÀI 1

Gọi điểm của môn Ngữ văn, Toán chuyên lần lượt là x , y (điểm),
($0 < x, y \leq 10$)

Vì tổng điểm xét tuyển của bạn Linh là 66,75 điểm nên ta có phương trình:

$$x + 3y = 38,25 \quad (1)$$

Vì điểm môn Ngữ văn thấp hơn môn Toán chuyên 0,75 điểm nên ta có phương trình:

$$y - x = 0,75$$

$$x - y = -0,75 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y = 38,25 \\ x - y = -0,75 \end{cases}$$

Giải hệ ta được
$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 9,75 \end{cases}$$

Vậy điểm của môn Ngữ văn, Toán chuyên lần lượt là 9 điểm và 9,75 điểm.

BÀI 2

Gọi tiền lương của ngày làm việc bình thường anh Hoàn được trả là x (ngàn đồng) và tiền lương của ngày làm việc đặc biệt anh Hoàn được trả là y (ngàn đồng). Điều kiện: $x > 0, y > 0$

Vì tiền lương của một ngày làm việc đặc biệt nhiều hơn tiền lương của ngày làm việc bình thường là 200 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$y - x = 200 \quad (1)$$

Số ngày bình thường anh Hoàn làm việc trong tháng là: $\frac{6000}{x}$ (ngày)

Số ngày đặc biệt anh Hoàn làm việc trong tháng là: $\frac{2000}{x}$ (ngày)

Vì trong tháng anh Hoàn làm việc 24 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{6000}{x} + \frac{2000}{y} = 24 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 200 \\ \frac{6000}{x} + \frac{2000}{y} = 24 \end{cases}$$

Thay $y = x + 200$ vào (2) ta có phương trình:

$$\frac{6000}{x} + \frac{2000}{x + 200} = 24$$

$$6000(x + 200) + 2000x = 24x(x + 200)$$

$$6x^2 - 800x - 300000 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x = -\frac{500}{3}$ (KTM); $x = 300$ (TMĐK).

Từ đó suy ra $y = 300 + 200 = 500$ (TMĐK).

Số ngày bình thường anh Hoàn làm việc trong tháng là:

$$6000 : 300 = 20 \text{ (ngày)}$$

Số ngày đặc biệt anh Hoàn làm việc trong tháng là:

$$24 - 20 = 4 \text{ (ngày)}$$