

IV. Bài toán nâng cao

Dạng 1: Tính nhanh lũy thừa

Bài 1: (a) Viết lại 6^2 và 10^1 dưới dạng lũy thừa 2, 3, 5

$$6^2 = (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2, 10^1 = 2^1 \cdot 5^1.$$

(b) Rút gọn biểu thức A

$$\text{Thay vào: } A = \frac{2^3 \cdot 3^2}{(2^2 \cdot 3^2) \cdot 5} \times (2^1 \cdot 5^1).$$

Trước hết rút gọn trong phân số:

$$\frac{2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{2^{3-2} \cdot 3^{2-2}}{5} = \frac{2^1 \cdot 3^0}{5} = \frac{2}{5}.$$

Sau đó nhân với $2^1 \cdot 5^1 = 2 \cdot 5 = 10$:

$$A = \frac{2}{5} \times 10 = \frac{2}{5} \cdot 10 = 4.$$

(c) Kết luận giá trị số

$$A = 4.$$

Bài 2: (a) $(2^4 \cdot 5^4) = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 \Rightarrow \frac{(2^4 \cdot 5^4)}{10^4} = \frac{10^4}{10^4} = 1.$

(b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}, \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}.$

Nhân lại: $\frac{1}{8} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{128}$

(c) $9^2 = (3^2)^2 = 3^4, 27^3 = (3^3)^3 = 3^9.$

Vậy $\frac{3^5 \cdot 9^2}{27^3} = \frac{3^5 \cdot 3^4}{3^9} = \frac{3^9}{3^9} = 1.$

Bài 3: $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$.

$$9^2 = (3^2)^2 = 3^4.$$

Khi đó: $4^3 \cdot 9^2 = 2^6 \cdot 3^4$.

Do đó: $P = (2^6 \cdot 3^4) \times (2^6 \cdot 3^4) = 2^{6+6} \cdot 3^{4+4} = 2^{12} \cdot 3^8$.

Giá trị số: $2^{12} = 4096$, $3^8 = 6561$, tích = $4096 \times 6561 = 26873856$.

Có thể để kết quả ở dạng lũy thừa $2^{12} \cdot 3^8$ nếu không cần tính cụ thể.

Bài 4: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$, $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$.

$$\frac{2^6}{2^6} = 1.$$

$$\left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}; \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}.$$

Nhân lại: $\frac{64}{9} \times \frac{27}{64} = \frac{64 \cdot 27}{9 \cdot 64} = \frac{3}{1} = 3$.

Bên trong ngoặc: $2^2 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108$

Bình phương: $108^2 = 11664$

Bài 5:

Ta có: $3^{1350} = 3^{2 \cdot 675} = (3^2)^{675} = 9^{675}$ và $2^{2025} = 2^{3 \cdot 675} = (2^3)^{675} = 8^{675}$

Mà $9 > 8 \Rightarrow 9^{675} > 8^{675} \Rightarrow 3^{1350} > 2^{2025}$

Vậy $3^{1350} > 2^{2025}$

Ý tưởng: do ta thấy hai số mũ có ước chung là 5 nên ta nghĩ đến việc so sánh hai lũy thừa cùng số mũ, tuy nhiên nếu để số mũ chung 5 thì cơ số lại quá to, vì vậy ta cần tăng ước chung này lên, từ đó ta tìm được ước chung lớn nhất của hai số mũ là 675 và làm bài như trên