

C. Các bài toán thực tế:

Bài 1: a. Biểu diễn dưới dạng số hữu tỷ

$$2,5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}.$$

$$1,75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}.$$

b. Tính tổng số tiền

$$\text{Tiền cam} = 2,5 \times 20.000 = \frac{5}{2} \times 20.000 \text{ đồng.}$$

$$\frac{5}{2} \times 20.000 = 5 \times 10.000 = 50.000 \text{ đồng.}$$

$$\text{Tiền táo} = 1,75 \times 25.000 = \frac{7}{4} \times 25.000 \text{ đồng.}$$

$$\frac{7}{4} \times 25.000 = 7 \times \frac{25.000}{4} = 7 \times 6.250 = 43.750 \text{ đồng.}$$

$$\text{Tổng số tiền} = 50.000 \text{ đồng} + 43.750 \text{ đồng} = 93.750 \text{ đồng.}$$

Bài 2: a. Nguyên liệu gấp đôi công thức (cho 16 bánh)

$$\text{Bột: } \frac{3}{4} \text{ kg ban đầu, muốn gấp đôi} \rightarrow \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2} \text{ kg.}$$

$$\text{Đường: } 0,5 \text{ kg} = \frac{1}{2} \text{ kg ban đầu, gấp đôi} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ kg.}$$

$$\text{Sữa tươi: } \frac{1}{2} \text{ lít ban đầu, gấp đôi} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ lít.}$$

b. Tăng lượng bột lên 2^2 lần

$$\text{Ban đầu bột} = \frac{3}{4} \text{ kg.}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right) \times 2^2 = \frac{3}{4} \times 4.$$

$$\frac{3}{4} \times 4 = \frac{3 \times 4}{4} = 3 \text{ kg.}$$

Bài 3: a. Tổng tiền điện và tiền nước ban đầu

Tiền điện: $120 \times 2.500 = 300.000$ đồng.

Tiền nước (chưa giảm): $10,5 \times 7.000$ đồng.

$$10,5 = \frac{105}{10} = \frac{21}{2}, \frac{21}{2} \times 7.000 = 21 \times 3.500 = 73.500 \text{ đồng.}$$

Tổng = $300.000 + 73.500 = 373.500$ đồng.

b. Tính tiền nước với giảm giá 10% cho 0,5 m³ vượt

Phần 10 m³ đầu tiên tính đủ giá: $10 \times 7.000 = 70.000$ đồng.

Phần 0,5 m³ vượt: $0,5 \times 7.000 = 3.500$ đồng.

Giảm 10% phần này $\rightarrow 3.500 \times (1 - 0,1) = 3.500 \times 0,9 = 3.150$ đồng.

Tổng tiền nước (có giảm) = $70.000 + 3.150 = 73.150$ đồng.

Viết các con số dưới dạng số hữu tỷ

$$120 = \frac{120}{1}.$$

$$2.500 = \frac{2500}{1}.$$

$$10,5 = \frac{105}{10} = \frac{21}{2}.$$

$$7.000 = \frac{7000}{1}.$$

Bài 4: a. Tính cụ thể với 1.200 lít ban đầu

Ban đầu: 1.200 lít.

Nhập thêm $\frac{3}{5}$ của 1.200:

$$\frac{3}{5} \times 1200 = 3 \times \frac{1200}{5} = 3 \times 240 = 720.$$

Vậy kho mới có tổng: $1200 + 720 = 1920$ lít.

Xuất đi $\frac{2}{3}$ của 1920: $\frac{2}{3} \times 1920 = 2 \times \frac{1920}{3} = 2 \times 640 = 1280.$

Vậy lượng còn lại $= 1920 - 1280 = 640$ lít.

Biểu thức tổng quát

b. Gọi x là lượng xăng ban đầu (số hữu tỷ dương).

Sau khi nhập thêm $\frac{3}{5}x$, kho có $x + \frac{3}{5}x = \frac{5}{5}x + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5}x$.

Xuất đi $\frac{2}{3}$ của $\frac{8}{5}x$:

$$\frac{2}{3} \times \frac{8}{5}x = \frac{2 \times 8}{3 \times 5}x = \frac{16}{15}x.$$

Số còn lại $= \frac{8}{5}x - \frac{16}{15}x$.

Ta cần quy đồng:

$$\frac{8}{5}x = \frac{8 \times 3}{5 \times 3}x = \frac{24}{15}x, \frac{16}{15}x \text{ giữ nguyên.}$$

Vậy số còn lại $= \frac{24}{15}x - \frac{16}{15}x = \frac{8}{15}x$.

Kết luận: Lượng xăng còn lại (tổng quát) $= \frac{8}{15}x$.

Bài 5: a. Tăng A lên $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ lần

Mục tiêu A ban đầu: 2.000.

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}.$$

$$A \text{ mới} = 2.000 \times \frac{16}{9}.$$

$$2.000 \times \frac{16}{9} = \frac{2.000 \times 16}{9} = \frac{32.000}{9} \approx \overline{3.555,5}$$

Nếu muốn viết dưới dạng số hữu tỷ, ta giữ nguyên $\frac{32.000}{9}$ hoặc rút

gọn $\frac{32000}{9}$. Giảm B xuống $\left(\frac{5}{7}\right)^3$ lần

Mục tiêu B ban đầu: 3.500.

$$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3} = \frac{125}{343}.$$

$$B \text{ mới} = 3.500 \times \frac{125}{343}.$$

$$3.500 = \frac{3500}{1}, \frac{3500}{1} \times \frac{125}{343} = \frac{3500 \times 125}{343}.$$

Tính riêng:

$$3500 \times 125 = 3500 \times (100 + 25)$$

$$= 3500 \times 100 + 3500 \times 25$$

$$= 350.000 + 87.500 = 437.500.$$

$$\text{Vậy } B \text{ mới} = \frac{437.500}{343}.$$

Nếu muốn số thập phân:

$$\frac{437.500}{343} \approx 1.275,365...$$

(tương đối phức tạp, ta có thể giữ dạng phân số để chính xác).

b. Cộng A mới và B mới, rồi giảm 10%

$$A_{\text{mới}} + B_{\text{mới}} = 2.000 \times \frac{16}{9} + 3.500 \times \frac{125}{343} \text{ (mới)}$$

Ký hiệu tạm:

$$A' = 2.000 \times \frac{16}{9} = \frac{32.000}{9}, B' = 3.500 \times \frac{125}{343} = \frac{437.500}{343}.$$

Cộng lại: $A' + B'$.

Giảm 10% có nghĩa là nhân với $(1 - 0,1) = 0,9$.

Do đó, tổng cuối = $(A' + B') \times 0,9$.

$$= 0,9 \left(\frac{32.000}{9} + \frac{437.500}{343} \right).$$

Nếu cần số thập phân, ta có thể tính gần đúng:

$$\frac{32.000}{9} \approx 3.555,555...$$

$$\frac{437.500}{343} \approx 1.275,364...$$

$$A' + B' \approx 3.555,555 + 1.275,364 \approx 4.830,919.$$

(Số liệu gần đúng, tùy mức độ làm tròn).

Phân tích thứ tự thực hiện phép tính

Trước hết, tính lũy thừa $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ và $\left(\frac{5}{7}\right)^3$.

Sau đó, nhân với các mục tiêu ban đầu.

Tiếp theo, cộng hai kết quả lại. Cuối cùng, nhân với 0,9 (tức giảm 10%).

Trong quá trình này, chú ý nếu có ngoặc, ta cần thực hiện trong ngoặc trước; thứ tự nhân chia trước cộng trừ.

Kết luận: Bài toán đòi hỏi sử dụng lũy thừa, quy tắc tính theo thứ tự (ngoặc, lũy thừa, nhân, chia, cộng, trừ), và áp dụng giảm 10%.

Bài 6: a. Biểu diễn $\frac{2}{3}$ dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn:

$$\frac{2}{3} = 0,6666\dots$$

Phần lặp ở đây là 6, nên ta có thể viết $0,(6)$.

b. Tính tổng thể tích cho 1.000 chai

Thể tích cho 1 chai: $\frac{2}{3}$ lít.

Cho 1.000 chai: $1.000 \times \frac{2}{3} = \frac{2.000}{3}$ lít.

Dưới dạng số thập phân:

$$\frac{2.000}{3} = 666,666\dots(\text{lít}) = 666,(6)(\text{lít})$$

Đây cũng là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Bài 7: a. Viết $\frac{7}{9}$ dưới dạng thập phân vô hạn tuần hoàn:

$$\frac{7}{9} = 0,7777\dots = 0,(7)$$

b. Tính khối lượng sô-cô-la cho 300 hộp

Mỗi hộp: $\frac{7}{9}$ kg.

$$300 \text{ hộp: } 300 \times \frac{7}{9} = \frac{2100}{9} = \frac{2100 \div 9}{1} = 233, (3) \text{ kg.}$$

Dưới dạng số thập phân: $233,3333\dots = 233, (3)$.

Đây cũng là số thập phân vô hạn tuần hoàn

Bài 8: a. Biểu thức đường chéo

Với hình vuông cạnh 5 m: đường chéo =

$$\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

b. Vì sao $5\sqrt{2}$ là số vô tỷ

$\sqrt{2}$ là số vô tỷ (chứng minh kinh điển: không thể biểu diễn $\sqrt{2}$ dưới

dạng $\frac{p}{q}$ với p, q nguyên).

Khi nhân số vô tỷ ($\sqrt{2}$) với một số nguyên (5), kết quả vẫn là số vô tỷ.

Do đó, $5\sqrt{2}$ cũng là số vô tỷ.

Lấy xấp xỉ của $5\sqrt{2}$

Ta biết $\sqrt{2} \approx 1,414$.

Vậy $5\sqrt{2} \approx 5 \times 1,414 = 7,07$.

Nếu muốn 3 chữ số thập phân, ta có 7,071. (Tùy mức làm tròn, có thể là 7,071 hoặc 7,07).

Đường chéo xấp xỉ 7,07 m (hoặc 7,071 m).

Bài 9: a. Độ chênh lệch nhiệt độ tuyệt đối (ban đầu)

$$\Delta T = |32 - 25| = 7 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Vì $32 > 25$ nên chênh lệch là 7°C (một số dương).

b. Chênh lệch khi ban đêm là 24°C

$$\Delta T = |32 - 24| = |8| = 8 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Trường hợp tổng quát: $|T_{ngày} - T_{đêm}|$

c. Vì sao dùng giá trị tuyệt đối

Giá trị tuyệt đối biểu thị khoảng cách trên trục số. Khi nói chênh lệch nhiệt độ, ta quan tâm đến độ lớn (luôn dương) mà không cần biết số nào lớn hơn.

Nếu ban đêm lớn hơn ban ngày (trong giả thiết khác), thì hiệu sẽ âm, nhưng chênh lệch vẫn phải là một giá trị dương.

Bài 10: a. Vì sao π là số vô tỷ

π được chứng minh không thể biểu diễn dưới dạng $\frac{a}{b}$ với a, b

nguyên. Nó có phần thập phân kéo dài vô hạn không tuần hoàn.

Đây là hằng số quen thuộc trong toán học, xuất hiện trong các công thức liên quan đến đường tròn, hình trụ, hình cầu...

Tính chiều cao h với $\pi \approx 3,14$

b. Cho thể tích $V = 120$, bán kính $r = 3$.

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} \text{ Thay số:}$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{120}{3,14 \times 3^2} = \frac{120}{3,14 \times 9} \\ &= \frac{120}{28,26} \approx 4,243 \end{aligned}$$

Khoảng 4,24

c. Khi $\pi \approx 3,14159$

$$\text{Tương tự: } h \approx \frac{120}{3,14159 \times 9} \approx \frac{120}{28,27431} \approx 4,2439.$$

Sự chênh lệch tương đối nhỏ (chưa đến 0,001 m so với kết quả ở trên).

Trong thiết kế công nghiệp, sai số cỡ mm hoặc cm có thể chấp nhận, nên việc xấp xỉ π ở mức 3,14 hay 3,14159 không gây khác biệt quá lớn cho chiều cao bồn

Bài 11: Hình minh hoạ (mô tả)

A ----- B

E

C ----- D

Từ E, vẽ hai tia EX và EY lần lượt vuông góc với AB và CD.

a. Chứng minh $\angle XEC = \angle YED$

Hai tia EX và AB vuông góc, nên góc XEA là 90° . Tương tự,

YED cũng 90° so với CD.

Quan sát đường cắt chung (giả sử vẽ thêm các đoạn EC, ED). Khi $AB \parallel CD$, các góc tạo bởi đường cắt có mối quan hệ góc đồng vị hoặc so le trong.

Trong trường hợp này, $\angle XEC$ và $\angle YED$ có tính chất bằng nhau do chúng là hai góc đồng vị (hoặc bạn có thể lập luận qua góc bù nhau rồi bằng nhau).

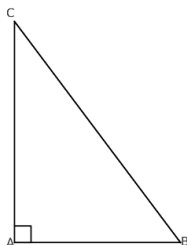
b. Tính số đo góc YED khi $\angle XEC = 50^\circ$

Vì hai góc này bằng nhau, nên $\angle YED = 50^\circ$.

Đáp số

$\angle YED = 50^\circ$.

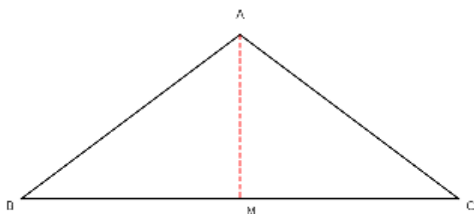
Bài 12: Hình minh hoạ (mô tả)



- a. Tổng ba góc trong tam giác bất kì luôn là 180° .
- b. Do trong một tam giác vuông cạnh huyền đối diện với cạnh góc vuông luôn là cạnh lớn nhất nên nếu tam giác ABC vuông thì tam giác này vuông tại đỉnh B do cạnh AC là cạnh lớn nhất

Bài 13: Hình minh hoạ (mô tả)

--- Trung tuyến AM



M là trung điểm của BC .

- a. Kẻ AM với M là trung điểm BC .

Diện tích $\triangle ABM$ và $\triangle AMC$ có chung chiều cao hạ từ A và có đáy BM và MC bằng nhau (vì M là trung điểm).

Do đó, hai tam giác $\triangle ABM$ và $\triangle AMC$ có diện tích bằng nhau.

- b. Với $\triangle ABC$ cân tại A , ta có $AB = AC$.

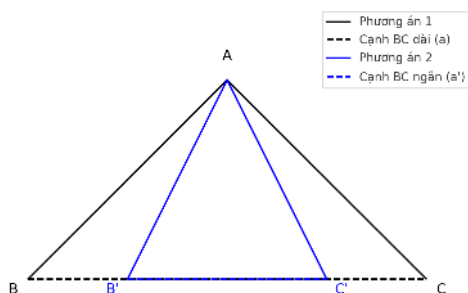
Khi kẻ AM với M là trung điểm của BC , thì trong tam giác cân, đường trung tuyến AM tới cạnh đáy BC đồng thời là đường cao (tức vuông góc với BC).

Như vậy, AM không chỉ chia BC thành hai đoạn bằng nhau ($BM = MC$) mà còn vuông góc với BC . Đó chính là định nghĩa của đường trung trực của BC .

Đáp số

- (a) Đường trung tuyến từ một đỉnh của tam giác đến trung điểm cạnh đối diện chia tam giác thành hai tam giác có diện tích bằng nhau.
 (b) Trong tam giác cân, đường trung tuyến đến cạnh đáy cũng là đường trung trực của cạnh đó.

Bài 14: Hình minh hoạ (mô tả)



Góc A lớn hay nhỏ sẽ ảnh hưởng đến độ dài BC .

Theo định lý về quan hệ góc - cạnh trong tam giác: “Trong một tam giác, góc nào lớn hơn thì cạnh đối diện với góc đó dài hơn.”

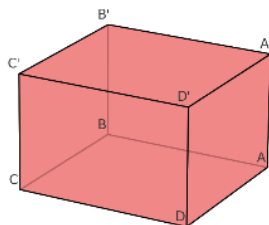
Áp dụng với góc A và cạnh BC :

Nếu $\hat{A}$ lớn, thì BC sẽ là cạnh lớn nhất trong tam giác.

Nếu $\hat{A}$ nhỏ, thì BC cũng nhỏ hơn so với trường hợp góc A lớn.

Lý do là: Trong một tam giác, góc lớn đối diện với cạnh lớn và góc nhỏ đối diện với cạnh nhỏ

Bài 15: Hình minh hoạ (mô tả)



Chiều dài: l

Chiều rộng: w

Chiều cao: h

a. Diện tích xung quanh:

$$S_{xq} = 2 \times (l + w) \times h = 2 \times (1,2 + 1,0) \times 0,8 = 2 \times 2,2 \times 0,8 = 3,52 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = 2(lw + lh + wh) = 2(1,2 \times 1,0 + 1,2 \times 0,8 + 1,0 \times 0,8).$$

Tính từng phần:

$$lw = 1,2 \times 1,0 = 1,2 \text{ (m}^2\text{)},$$

$$lh = 1,2 \times 0,8 = 0,96 \text{ (m}^2\text{)},$$

$$wh = 1,0 \times 0,8 = 0,8 \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Vậy: } S_{tp} = 2 \times (1,2 + 0,96 + 0,8) = 2 \times (2,96) = 5,92 \text{ (m}^2\text{)}.$$

b. Thể tích: $V = l \times w \times h = 1,2 \times 1,0 \times 0,8 = 0,96 \text{ (m}^3\text{)}.$

c. Nếu thùng thay bằng một hình lập phương có thể tích bằng $0,96 \text{ m}^3$, thì:

$$a^3 = 0,96 \Rightarrow a = \sqrt[3]{0,96}.$$

Tính gần đúng:

Có thể ước lượng hoặc dùng máy tính. Gần đúng $\sqrt[3]{1} = 1$,

$$\sqrt[3]{0,8} \approx 0,928, \text{ nên } \sqrt[3]{0,96} \text{ sẽ khoảng } 0,98 \text{ (xấp xỉ).}$$

Làm tròn đến hai chữ số thập phân: $a \approx 0,98 \text{ m}$.

Đáp số

$$(1) S_{xq} = 3,52 \text{ m}^2, S_{tp} = 5,92 \text{ m}^2.$$

$$(2) V = 0,96 \text{ m}^3.$$

$$(3) \text{Cạnh hình lập phương} \approx 0,98 \text{ m}.$$

Bài 16: Gọi A (lít) là dung dịch A, B (lít) là dung dịch B. Theo đề,

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{5} \text{ và } A + B = 14.$$

Từ tỉ lệ thức: $A = \frac{2}{5}B$. Thay vào $A + B = 14$ được:

$$\frac{2}{5}B + B = 14 \Rightarrow \frac{7}{5}B = 14 \Rightarrow B = 10.$$

Suy ra $A = 14 - 10 = 4$.

Đáp số

Dung dịch A: 4 lít

Dung dịch B: 10 lít

Bài 17: Đặt $\frac{A}{4} = \frac{B}{6} = \frac{C}{10} = k$. Khi đó: $A = 4k, B = 6k, C = 10k$.

Biết $A + B + C = 40$, suy ra:

$$4k + 6k + 10k = 40 \Rightarrow 20k = 40 \Rightarrow k = 2.$$

Vậy: $A = 4 \times 2 = 8, B = 6 \times 2 = 12, C = 10 \times 2 = 20$.

Đáp số

Chi nhánh A: 8 thùng

Chi nhánh B: 12 thùng

Chi nhánh C: 20 thùng

Bài 18: Tính năng suất 1 công nhân trong 1 ngày

Có 15 công nhân làm 6 ngày, được 300 chi tiết.

Vậy: Số chi tiết 1 công nhân làm trong 1 ngày $= \frac{300}{15 \times 6} = \frac{300}{90} = \frac{10}{3}$.

Rút ngắn còn 5 ngày

Gọi n là số công nhân cần.

Công thức: “Tổng chi tiết = (Số công nhân) $\times$ (Năng suất 1 người/ngày) $\times$ (Số ngày)”.

Suy ra:

$$n \times \frac{10}{3} \times 5 = 300 \Rightarrow n \times \frac{50}{3} = 300 \Rightarrow n = \frac{300 \times 3}{50} = 18.$$

Đáp số: Cần 18 công nhân để hoàn thành 300 chi tiết trong 5 ngày.

Bài 19: a. Chi phí thuê xe tỉ lệ nghịch với sức chở:

$$\frac{C_{small}}{C_{large}} = \frac{\frac{1}{sức\ chở_{small}}}{\frac{1}{sức\ chở_{large}}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{10}} = \frac{10}{5} = 2 (sức\ chở)$$

Nghĩa là $C_{small} : C_{large} = 2 : 1$.

b. Biết $C_{small} = 300$ (nghìn đồng), suy ra

$$C_{large} = \frac{C_{small}}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ (nghìn đồng)}$$

Đáp số: Cước thuê 1 xe tải lớn là 150 nghìn đồng.

Bài 20: a. 8 công nhân, 6 giờ, xong 720 sản phẩm.

Năng suất 1 công nhân 1 giờ: $NS_1 = \frac{720}{8 \times 6} = \frac{720}{48} = 15$ (sản phẩm/giờ)

Với 6 công nhân, tổng năng suất/giờ = $6 \times 15 = 90$ sản phẩm.

Để làm 720 sản phẩm: Thời gian = $\frac{720}{90} = 8$ giờ

b. Muốn xong trong 4 giờ, vẫn 720 sản phẩm.

Gọi n là số công nhân cần có. Khi đó:

$$n \times 15 \times 4 = 720 \Rightarrow 60n = 720 \Rightarrow n = 12.$$

So với ban đầu (8 công nhân), cần bổ sung $12 - 8 = 4$ công nhân.

Đáp số

(a) 6 công nhân cần 8 giờ.

(b) Để xong trong 4 giờ, cần 12 công nhân (tức thêm 4 người so với ban đầu).

Bài 21: a. Tính cước khi gửi 10 kiện

$$C(x) = 15x + 50. C(10) = 15 \cdot 10 + 50 = 150 + 50 = 200 \text{ (nghìn đồng)}$$

b. Chi phí 200 (nghìn đồng), tìm số kiện

$$15x + 50 = 200 \Rightarrow 15x = 150 \Rightarrow x = 10.$$

Đáp số

(a) 200 (nghìn đồng).

(b) 10 kiện hàng.

Bài 22: a. Mở rộng A_2 : $A_2 = (x + 2)(y + 3) = x \cdot y + 3x + 2y + 6$.

b. Diện tích tăng thêm:

$$A_2 - A_1 = (xy + 3x + 2y + 6) - (xy) = 3x + 2y + 6.$$

Đáp số

(a) $A_2 = xy + 3x + 2y + 6$.

(b) Mức tăng: $3x + 2y + 6$.

Bài 23: a. Tính $P(8)$

$$P(x) = x^2 + 5x + 10.$$

$$P(8) = 8^2 + 5 \cdot 8 + 10 = 64 + 40 + 10 = 114 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$\text{b. Tính } P(12) = 12^2 + 5 \cdot 12 + 10 = 144 + 60 + 10 = 214 \text{ (nghìn đồng)}$$

Đáp số

(a) 114 (nghìn đồng).

(b) 214 (nghìn đồng).'

Bài 24: Tổng chi phí

$$\text{a. } T(x) = M(x) + N(x) = (2x^2 + 3x + 5) + (x^2 + 4x + 7).$$

$$\text{b. Rút gọn: } T(x) = (2x^2 + x^2) + (3x + 4x) + (5 + 7) = 3x^2 + 7x + 12.$$

$$\text{c. Tính } T(10)$$

$$T(10) = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 12$$

$$= 3 \cdot 100 + 70 + 12$$

$$= 300 + 70 + 12 = 382 \text{ (nghìn đồng)}$$

Đáp số

$$\text{(a) } T(x) = (2x^2 + 3x + 5) + (x^2 + 4x + 7).$$

$$\text{(b) } T(x) = 3x^2 + 7x + 12.$$

$$\text{(c) } T(10) = 382 \text{ (nghìn đồng).}$$

Bài 25: a. Đa thức lợi nhuận (nghìn đồng) theo tuần t :

$$L(t) = -t^3 + 12t^2 - 35t + 42.$$

Xét $t = 1, 2, \dots, 10$. Ta lần lượt tính (có thể dùng máy tính) và quan sát:

$$\text{b. Tính } L(t) \text{ cho } t = 1 \text{ đến } 10$$

$$L(1) = -1 + 12 - 35 + 42 = 18.$$

$$L(2) = -8 + 48 - 70 + 42 = 12.$$

$$L(3) = -27 + 108 - 105 + 42 = 18.$$

$$L(4) = -64 + 192 - 140 + 42 = 30.$$

$$L(5) = -125 + 300 - 175 + 42 = 42.$$

$$L(6) = -216 + 432 - 210 + 42 = 48.$$

$$L(7) = -343 + 588 - 245 + 42 = 42.$$

$$L(8) = -512 + 768 - 280 + 42 = 18.$$

$$L(9) = -729 + 972 - 315 + 42 = -30.$$

$$L(10) = -1000 + 1200 - 350 + 42 = -108.$$

Tuần nào lợi nhuận lớn nhất?

c. Quan sát: lớn nhất tại $t = 6$, đạt 48.

Tuần nào lợi nhuận âm?

$$L(9) = -30 < 0, L(10) = -108 < 0.$$

Nghĩa là từ tuần 9 trở đi, lợi nhuận bị lỗ (âm).

Kết luận:

Lợi nhuận tăng dần đến tuần 6, sau đó giảm.

Lợi nhuận tối đa: tuần 6 (48 ngàn đồng).

Tuần 9 và tuần 10 bị âm.

Bài 26: a. Phân loại dữ liệu

Dữ liệu về “phương tiện đi học” thuộc dữ liệu định tính (categorical data) vì nó mô tả loại phương tiện, không phải là số đo liên tục hay rời rạc.

Biểu đồ quạt tròn

Tổng số học sinh: 30.

Phân loại:

Đi xe đạp: 10 em $\rightarrow$ góc $= \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$.

Đi xe máy điện/máy: 12 em $\rightarrow$ góc $= \frac{12}{30} \times 360^\circ = 144^\circ$.

Đi bộ: 4 em $\rightarrow$ góc $= \frac{4}{30} \times 360^\circ = 48^\circ$.

Cách khác: 4 em $\rightarrow$ góc $= 48^\circ$ (tương tự trên).

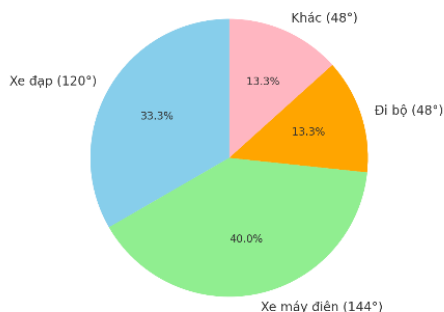
Đáp số (tóm tắt)

Dữ liệu định tính.

Các góc: 120° , 144° , 48° , 48° .

b. Biểu diễn:

Biểu đồ quạt tròn - Phân loại phương tiện đi học (30 học sinh)



Bài 27: a. Nhiệt độ ($^\circ\text{C}$) theo từng tháng là dữ liệu định lượng (là số đo cụ thể).

Biểu đồ đoạn thẳng

Trục hoành: Tháng (1 đến 4).

Trục tung: Nhiệt độ ($^\circ\text{C}$).

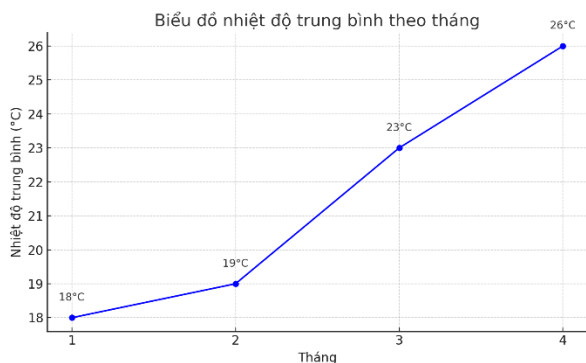
Các điểm (1;18), (2;19), (3;23), (4;26), rồi nối bằng các đoạn thẳng.

Đáp số (tóm tắt)

Là dữ liệu định lượng.

Biểu đồ đoạn thẳng mô tả 4 giá trị: 18, 19, 23, 26.

b. Biểu diễn:



Bài 28: a. Loại biến cố

Đồng xu cân đối, kết quả có thể là ngửa hoặc sấp.

Biến cố A : Mặt ngửa $\rightarrow$ biến cố ngẫu nhiên (có thể xảy ra hoặc không).

Biến cố B : Mặt sấp $\rightarrow$ cũng là biến cố ngẫu nhiên.

(Không có biến cố nào chắc chắn hay không thể trong bối cảnh này, vì mỗi lần tung đều có 2 khả năng).

b. Xác suất

Xác suất mặt ngửa: $\frac{1}{2}$.

Xác suất mặt sấp: $\frac{1}{2}$.

Đáp số (tóm tắt)

Cả A và B đều là biến cố ngẫu nhiên.

$P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,5$.

Bài 29: a. Tính xác suất

Tổng số bi: 15.

R : lấy bi đỏ $\rightarrow$ 6 viên. Xác suất $P(R) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$.

G : lấy bi xanh $\rightarrow$ 4 viên. $P(G) = \frac{4}{15}$.

Y : lấy bi vàng $\rightarrow$ 5 viên. $P(Y) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

b. Chứng minh $P(R) + P(G) + P(Y) = 1$

$$\frac{6}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+4+5}{15} = \frac{15}{15} = 1.$$

Ý nghĩa: biến cố “lấy bi đỏ”, “lấy bi xanh”, “lấy bi vàng” bao phủ toàn bộ khả năng (vì không còn màu nào khác), nên tổng xác suất bằng 1.

Đáp số (tóm tắt)

$$P(R) = 0,4, \quad P(G) = \frac{4}{15}, \quad P(Y) = \frac{1}{3}.$$

Tổng = 1, do 3 biến cố này là toàn bộ khả năng.

Bài 30: a. Giả sử mỗi trong 100 học sinh bốc 1 phiếu hoàn toàn ngẫu nhiên, không lặp.

Xác suất nhận giải Nhất

Có 3 phiếu giải Nhất trên tổng 100 phiếu.

$$P(A) = \frac{3}{100} = 0,03.$$

b. Xác suất không trúng thưởng

Tổng giải thưởng: 3 Nhất + 5 Nhì + 10 Ba = 18 giải.

Số phiếu không trúng: $100 - 18 = 82$.

$$P(\text{không trúng}) = \frac{82}{100} = 0,82.$$

c. Xác suất trúng bất kì giải nào

Biến cố trúng giải = giải Nhất hoặc Nhì hoặc Ba.

Tổng số phiếu trúng = 18.

$$P(\text{trúng}) = \frac{18}{100} = 0,18.$$

Đáp số (tóm tắt)

(1) $P(A) = 0,03.$

(2) Xác suất không trúng = 0,82 .

(3) Xác suất trúng bất kì giải nào = 0,18 .