

7. Đáp án phần biểu thức đại số và đa thức 1 biến

Bài 1: Chu vi hình chữ nhật: Chu vi của hình chữ nhật bằng tổng độ dài hai chiều dài và hai chiều rộng, tức là $2(x + y)$ cm.

Kết quả: $2(x + y)$.

Bài 2: Tính giá trị biểu thức: Thay $x = 2$ vào $3x^2 - 4x + 5$:

$$3(2)^2 - 4(2) + 5 = 3 \cdot 4 - 8 + 5 = 12 - 8 + 5 = 9.$$

Kết quả: 9.

Bài 3:

Biểu thức vận tốc: Vận tốc được tính bằng quãng đường chia cho thời gian, tức là $\frac{s}{t}$ km/h.

Kết quả: $\frac{s}{t}$.

Bài 4: Giá trị lớn nhất: Biểu thức $10 - 2x$ giảm dần khi x tăng. Với $x \geq 1$, giá trị lớn nhất đạt được tại $x = 1$:

$$10 - 2 \cdot 1 = 10 - 2 = 8.$$

Kết quả: 8.

Bài 5: Bậc và hệ số cao nhất: Đa thức $P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 7x - 1$ có số mũ cao nhất là 3, hệ số của x^3 là 5.

Kết quả: Bậc 3, hệ số cao nhất 5.

Bài 6: Thu gọn đa thức: Cộng các số hạng cùng bậc:

$$\begin{aligned} & (3x^2 + 5x - 2) + (2x^2 - 3x + 4) \\ &= (3x^2 + 2x^2) + (5x - 3x) + (-2 + 4). \\ &= 5x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

Kết quả: $5x^2 + 2x + 2$.

Bài 7: Kiểm tra nghiệm: Thay $x=1$ vào $P(x)=x^2-3x+2$:

$$1^2-3\cdot 1+2=1-3+2=0. \text{ Vì } P(1)=0, \text{ nên } x=1 \text{ là nghiệm.}$$

Kết quả: Có.

Bài 8: Nghiệm đa thức bậc nhất: Giải phương trình $2x-4=0$:

$$2x=4 \Rightarrow x=2.$$

Kết quả: $x=2$.

Bài 9: Chứng minh vô nghiệm: Xét $P(x)=x^2+1$. Vì $x^2 \geq 0$ với mọi x thực, nên:

$$P(x)=x^2+1 \geq 1 > 0. \text{ Vậy không tồn tại } x \text{ thực sao cho } P(x)=0.$$

Kết quả: Đã chứng minh.

Bài 10: Cộng đa thức: Cộng các số hạng cùng bậc:

$$\begin{aligned} & (4x^3-x+2)+(2x^3+3x-5) \\ &= (4x^3+2x^3)+(-x+3x)+(2-5). \\ &= 6x^3+2x-3 \end{aligned}$$

Kết quả: $6x^3+2x-3$.

Bài 11: Tìm hệ số a : Thay $x=1$ vào $P(x)=ax^2+3x-2$:

$$P(1)=a\cdot 1^2+3\cdot 1-2=a+3-2=a+1=4 \Rightarrow a=3.$$

Kết quả: $a=3$.

Bài 12: Tính giá trị biểu thức: Thay $x=2$, $y=3$ vào $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}.$$

Kết quả: $\frac{5}{6}$.

Bài 13: Diện tích hình vuông: Diện tích hình vuông bằng bình phương độ dài cạnh, tức là $a^2 \text{ cm}^2$.

Kết quả: a^2 .

Bài 14: Giá trị nhỏ nhất: Hoàn phương biểu thức $x^2 - 4x + 5$:

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 5 &= (x^2 - 4x + 4) + 1 \\&= [(x^2 - 2x) - (2x - 4)] + 1 \\&= [x(x - 2) - 2(x - 2)] + 1 = (x - 2)^2 + 1\end{aligned}$$

Vì $(x - 2)^2 \geq 0$, giá trị nhỏ nhất là 1 khi $x = 2$.

Kết quả: 1.

Bài 15: Bậc của đơn thức: Đơn thức $3x^2y$ có bậc là tổng số mũ của các biến: $2 + 1 = 3$.

Kết quả: 3.

Bài 16: Thu gọn đa thức: Trừ các số hạng:

$$\begin{aligned}&(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + x - 3) \\&= (x^2 - x^2) + (-2x - x) + (1 - (-3)) \\&= -3x + 4\end{aligned}$$

Kết quả: $-3x + 4$.

Bài 17: Nghiệm đa thức bậc hai: Giải $x^2 - 5x + 6 = 0$:

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = 3.$$

Kết quả: $x = 2$ hoặc $x = 3$.

Bài 18:

Nhân đa thức: Thực hiện:

$$(2x - 1)(3x + 2) = 2x \cdot 3x + 2x \cdot 2 - 1 \cdot 3x - 1 \cdot 2 = 6x^2 + 4x - 3x - 2 = 6x^2 + x - 2$$

Kết quả: $6x^2 + x - 2$.

Bài 19: Tìm hệ số b : Thay $x=0$ vào $P(x)=2x^3+bx^2-x+4$:

$P(0)=2\cdot 0^3+b\cdot 0^2-0+4=4$. Vì $P(0)=4$ đã thỏa mãn, b không ảnh hưởng.

Kết quả: b có thể là bất kỳ số nào.

Bài 20: Chứng minh nghiệm duy nhất:

$$\text{Xét } P(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2.$$

Vì $(x-1)^2 \geq 0$ và bằng 0 khi $x=1$, nên chỉ có nghiệm duy nhất $x=1$.

Kết quả: Đã chứng minh.

Bài 21: a, Thời gian lượt đi từ A đến B :

$$t_1 = \text{Quãng đường/vận tốc (giờ)}$$

$$\text{Thời gian lượt về từ } B \text{ đến } A: t_2 = \frac{s}{2v} \text{ (giờ)}$$

$$\text{Tổng thời gian: } t = t_1 + t_2 = \frac{s}{v} + \frac{s}{2v}$$

$$\text{Rút gọn: } t = \frac{2s+s}{2v} = \frac{3s}{2v}$$

b, Thay $s=60$, $v=20$:

$$t = \frac{3 \times 60}{2 \times 20} = \frac{180}{40} = 4.5 \text{ (giờ)}$$

Đáp số:

a) $\frac{3s}{2v}$.

b) 4.5 giờ

Bài 22: a, Đa thức $P(x)=2x^3-3x^2+5x-1$.

Bậc của đa thức là số mũ cao nhất của x : 3.

Hệ số cao nhất là hệ số của số hạng có bậc cao nhất ($2x^3$): 2.

b, Để kiểm tra $x=1$ có phải nghiệm, ta tính $P(1)$:

$$\begin{aligned}P(1) &= 2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 1 \\&= 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 5 - 1 = 2 - 3 + 5 - 1 = 3\end{aligned}$$

Vì $P(1) = 3 \neq 0$, nên $x=1$ không phải là nghiệm của $P(x)$.

Đáp số:

a) Bậc: 3, hệ số cao nhất: 2.

b) $x=1$ không phải nghiệm.

Bài 23:

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 7 &= (x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= [(x^2 - 2x) - (2x - 4)] + 1 \\ \text{a. Ta có:} \quad &= [x(x - 2) - 2(x - 2)] + 3 \\&= (x - 2)^2 + 3\end{aligned}$$

Khi đó ta có $P(x) = (x - 2)^2 + 3 \geq 3$ dấu bằng xảy ra khi: $x = 2$.

b. Ta có GTNN của $P(x)$ là 3 nên $P(x)$ không thể nhỏ hơn 3, tức là $P(x)$ không thể bằng 0 với mọi giá trị thực của x

Bài 24: Theo đề: $3 + m = 10 \Rightarrow m = 10 - 3 = 7$

Vậy $m = 7$, và đa thức là: $P(x) = 2x^2 - 5x + 7$

Tính $P(x+1) - P(x)$:

$$\begin{aligned}\text{Tính } P(x+1): P(x+1) &= 2(x+1)^2 - 5(x+1) + 7 \\&= 2(x^2 + 2x + 1) - 5x - 5 + 7 = 2x^2 + 4x + 2 - 5x - 5 + 7 = 2x^2 - x + 4\end{aligned}$$

Tính hiệu: $P(x+1) - P(x) = (2x^2 - x + 4) - (2x^2 - 5x + 7)$
 $= (2x^2 - 2x^2) + (-x + 5x) + (4 - 7) = 4x - 3$

Đáp số: $m = 7$, $P(x+1) - P(x) = 4x - 3$.

Bài 25: Tính $2Q(x)$: $2Q(x) = 2(x^2 - 2x + 1) = 2x^2 - 4x + 2$

Tính $P(x) - 2Q(x)$:

$$P(x) - 2Q(x) = (3x^3 - 2x^2 + x - 4) - (2x^2 - 4x + 2)$$

$$= 3x^3 - 2x^2 + x - 4 - 2x^2 + 4x - 2$$

Nhóm các số hạng đồng dạng:

Hạng tử bậc 3: $3x^3$.

Hạng tử bậc 2: $-2x^2 - 2x^2 = -4x^2$.

Hạng tử bậc 1: $x + 4x = 5x$.

Hạng hằng: $-4 - 2 = -6$.

Kết quả:

$$3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$$

Thu gọn: Đa thức đã ở dạng gọn nhất.

Đáp số: $3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$