

6. Đáp án phần tỷ lệ thức và các đại lượng tỉ lệ

Bài 1: Tỉ lệ thức: $\frac{3}{6} = \frac{8}{16}$ (hoặc $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$).

Bài 2: Từ $\frac{4}{5} = \frac{x}{10}$, nhân chéo: $4 \cdot 10 = 5x \Rightarrow 40 = 5x \Rightarrow x = 8$.

Bài 3: $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$, vậy $\frac{5}{7} = \frac{10}{14}$.

Bài 4: Đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k$, suy ra $x = 3k$, $y = 5k$. Thay vào $x + y = 16$:

$$3k + 5k = 16 \Rightarrow 8k = 16 \Rightarrow k = 2. \text{ Vậy } x = 6, y = 10.$$

Bài 5: Từ $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{8} = k$, với $a = 8 \Rightarrow k = \frac{8}{4} = 2$. Suy ra

$$b = 6k = 12, c = 8k = 16. \text{ Vậy}$$

$$4a + 6b + 8c = 4 \times 8 + 6 \times 12 + 8 \times 16 = 32 + 72 + 128 = 232.$$

Bài 6: Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = k$, suy ra $x = 2k$, $y = 5k$. Thay vào $x \cdot y = 20$:

$$2k \cdot 5k = 20 \Rightarrow 10k^2 = 20 \Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow k = \sqrt{2} \text{ hoặc } k = -\sqrt{2}.$$

Với $k = \sqrt{2}$: $x = 2\sqrt{2}$, $y = 5\sqrt{2}$; với $k = -\sqrt{2}$: $x = -2\sqrt{2}$,

$$y = -5\sqrt{2}.$$

Bài 7: Từ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, ta có $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (vì $a, b > 0$).

$$(a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow (a+b)(a+b) \geq 4ab$$

Bình phương hai vế: $\Rightarrow a^2 + ab + ab + b^2 \geq 4ab$

$$\Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 \geq 0 \text{ luôn đúng.}$$

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.

Bài 8: $y = 4 \times 3 = 12$.

Bài 9: Vì x và y tỉ lệ thuận, $\frac{y}{x} = \frac{15}{5} = 3$. Vậy khi $x = 10$,

$$y = 3 \times 10 = 30.$$

Bài 10: Số học sinh và số kẹo mỗi học sinh được chia tỉ lệ nghịch (vì nếu số học sinh tăng thì số kẹo mỗi người giảm).

Bài 11: x tỉ lệ thuận với y ($x = ky$ ($k \neq 0$)), y tỉ lệ nghịch với z ($y = \frac{m}{z}$), suy ra $x = k \cdot \frac{m}{z} = \frac{km}{z}$, vậy x tỉ lệ nghịch với z .

Bài 12: Số người và thời gian tỉ lệ nghịch. Vậy 10 người làm trong

$$\frac{5 \times 12}{10} = \frac{60}{10} = 6 \text{ ngày.}$$

Bài 13: Từ $\frac{6}{x} = \frac{9}{3}$, đơn giản: $\frac{6}{x} = 3$, nhân chéo: $6 = 3x \Rightarrow x = 2$.

Bài 14: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, $\frac{b}{c} = \frac{5}{6}$, suy ra $\frac{a}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$.

Bài 15: Vì x và y tỉ lệ nghịch, $x \cdot y = k$ ($k \neq 0$). Với $x = 4$, $y = 6$:

$$k = 24. \text{ Vậy khi } x = 8, y = \frac{24}{8} = 3.$$

Bài 16: Thời gian ban đầu: $\frac{120}{40} = 3$ giờ. Với vận tốc 60 km/h:

$$t = \frac{120}{60} = 2 \text{ giờ.}$$

Bài 17: $\frac{m}{n} = \frac{3}{4}$, $\frac{n}{p} = \frac{2}{7}$, suy ra $\frac{m}{p} = \frac{m}{n} \times \frac{n}{p} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$.

Bài 18: $x = 2y$, $y = 3z$, suy ra $x = 2 \cdot 3z = 6z$. Với $x = 12$:

$$6z = 12 \Rightarrow z = 2.$$

Bài 19: Gọi chiều dài $l = 5k$, chiều rộng $w = 3k$. Chu vi

$$2(l + w) = 2(5k + 3k) = 16k = 32 \Rightarrow k = 2.$$

Vậy $l = 10$ cm, $w = 6$ cm.

Bài 20: $a:b = 3:4 = 6:8$, $b:c = 2:5 = 8:20$.

Suy ra $a:b:c = 6:8:20$, vậy $a:c = 6:20 = 3:10$.

Bài 21: a, Để lập tỉ lệ thức, ta cần tìm các cặp số có tích bằng nhau khi nhân chéo.

Kiểm tra các tích:

$$3 \times 20 = 60.$$

$$5 \times 12 = 60.$$

Các cặp khác:

$$3 \times 12 = 36 \neq 5 \times 20 = 100.$$

$$3 \times 5 = 15 \neq 12 \times 20 = 240.$$

Vậy chỉ có các cặp $(3, 20)$ và $(5, 12)$ tạo tỉ lệ thức.

Các tỉ lệ thức có thể:

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}, \frac{5}{3} = \frac{20}{12}, \frac{3}{12} = \frac{5}{20}, \frac{12}{3} = \frac{20}{5}$$

Kiểm tra:

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}: 3 \times 20 = 5 \times 12 = 60 \text{ (đúng)}.$$

$$\frac{5}{3} = \frac{20}{12}: 5 \times 12 = 3 \times 20 = 60 \text{ (đúng)}.$$

$$\frac{3}{12} = \frac{5}{20}: 3 \times 20 = 12 \times 5 = 60 \text{ (đúng)}.$$

$$\frac{12}{3} = \frac{20}{5} : 12 \times 5 = 3 \times 20 = 60 \text{ (đúng)}.$$

b, Kiểm tra điều kiện $a+b=c+d$:

$$\text{Với } \frac{3}{5} = \frac{12}{20} : a=3, b=5, c=12, d=20.$$

$$3+5=8, \quad 12+20=32 \Rightarrow 8 \neq 32$$

$$\text{Với } \frac{5}{3} = \frac{20}{12} : a=5, b=3, c=20, d=12.$$

$$5+3=8, \quad 20+12=32 \Rightarrow 8 \neq 32$$

$$\text{Với } \frac{3}{12} = \frac{5}{20} : a=3, b=12, c=5, d=20.$$

$$3+12=15, \quad 5+20=25 \Rightarrow 15 \neq 25$$

$$\text{Với } \frac{12}{3} = \frac{20}{5} : a=12, b=3, c=20, d=5.$$

$$12+3=15, \quad 20+5=25 \Rightarrow 15 \neq 25.$$

Không có tỉ lệ thức nào thỏa mãn $a+b=c+d$.

Đáp số:

$$\text{a) Các tỉ lệ thức: } \frac{3}{5} = \frac{12}{20}, \frac{5}{3} = \frac{20}{12}, \frac{3}{12} = \frac{5}{20}, \frac{12}{3} = \frac{20}{5}.$$

b) Không có tỉ lệ thức nào thỏa mãn $a+b=c+d$.

Bài 22: Gọi tỉ số chung là k , ta có:

$$\frac{x}{2} = k \Rightarrow x = 2k$$

$$\frac{y}{3} = k \Rightarrow y = 3k$$

$$\frac{z}{5} = k \Rightarrow z = 5k$$

Theo điều kiện: $x + y + z = 2k + 3k + 5k = 10k$

$$10k = 50 \Rightarrow k = 5$$

Tính x, y, z :

$$x = 2 \times 5 = 10$$

$$y = 3 \times 5 = 15$$

$$z = 5 \times 5 = 25$$

Kiểm tra:

$$\frac{x}{2} = \frac{10}{2} = 5, \frac{y}{3} = \frac{15}{3} = 5, \frac{z}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$x + y + z = 10 + 15 + 25 = 50$$

Đúng.

Đáp số: $x = 10, y = 15, z = 25$.

Bài 23: Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta có:

$$a \cdot d = b \cdot c \quad (1)$$

Cần chứng minh:

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Tức là: } a \cdot (b+d) = b \cdot (a+c)$$

$$\text{Mở rộng về trái: } a \cdot (b+d) = a \cdot b + a \cdot d$$

$$\text{Mở rộng về phải: } b \cdot (a+c) = b \cdot a + b \cdot c$$

Vì $a \cdot b = b \cdot a$, ta cần chứng minh: $a \cdot d = b \cdot c$

Điều này đúng theo (1).

$$\text{Do đó: } a \cdot (b+d) = b \cdot (a+c)$$

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$$

Đáp số: Đã chứng minh $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$.

Bài 24: a, Vì x tỉ lệ nghịch với y , ta có: $x \cdot y = k (k \neq 0)$

Khi $x=6$, $y=4$: $k=6 \times 4=24$

b, Khi $y=8$: $S=x \cdot 8=24 \Rightarrow x=\frac{24}{8}=3$

c, Từ $x \cdot y=24$, ta có: $x=\frac{24}{y}$

Kiểm tra: Với $x=3$, $y=8$: $3 \times 8=24 \Rightarrow$ Đúng.

Đáp số:

a) Hệ số tỉ lệ: 24.

b) $x=3$.

c) $x=\frac{24}{y}$.

Bài 25: Số công nhân và số ngày tỉ lệ nghịch, vì khi số công nhân tăng thì số ngày giảm, với tích không đổi.

Tích công việc: $6 \times 8=48$

Gọi số công nhân cần là x , với số ngày là 4: $x \times 4=48$ (Công

nhân/ngày): $x=\frac{48}{4}=12$

Kiểm tra: 6 công nhân làm trong 8 ngày, thì 12 công nhân làm trong:

$$\frac{6 \times 8}{12} = 4 \text{ ngày}$$

Đúng.

Đáp số: Cần 12 công nhân.