

3. Đáp án phần giá trị tuyệt đối

Bài 1: Tính từng giá trị tuyệt đối: $|-5| = 5$, $|3-7| = |-4| = 4$, $|-2| = 2$.

Vậy $5+4-2=7$.

Kết quả: 7.

Bài 2: Tính: $|-3| = 3$, $|4-6| = 2$, $|-2| = 2$

Vậy $3 \cdot 2 + 2 = 8$.

Kết quả: 8.

Bài 3: Ta xét 3 điểm gãy của các giá trị tuyệt đối:

$$x=1, x=3/2, x=2.$$

Chia trục số thành 4 khoảng:

$$\text{Khi } x < 1 \quad |2x-3| = 3-2x, |x-1| = 1-x, |x-2| = 2-x.$$

$$A = (3-2x) + (1-x) - (2-x) = 2-2x.$$

$$\text{Khi } 1 \leq x < 3/2 \quad |2x-3| = 3-2x, |x-1| = x-1, |x-2| = 2-x.$$

$$A = (3-2x) + (x-1) - (2-x) = 0.$$

$$\text{Khi } 3/2 \leq x < 2 \quad |2x-3| = 2x-3, |x-1| = x-1, |x-2| = 2-x.$$

$$A = (2x-3) + (x-1) - (2-x) = 4x-6.$$

$$\text{Khi } x \geq 2 \quad |2x-3| = 2x-3, |x-1| = x-1, |x-2| = x-2.$$

$$A = (2x-3) + (x-1) - (x-2) = 2x-2.$$

Kết luận:

$$A = \begin{cases} 2-2x, & x < 1, \\ 0, & 1 \leq x < 1,5, \\ 4x-6, & 1,5 \leq x < 2, \\ 2x-2, & x \geq 2. \end{cases}$$

Bài 4: Phương trình $|2x-3|=5$ có hai trường hợp:

Trường hợp 1: $2x-3=5 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4$.

Trường hợp 2: $2x-3=-5 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1$.

Kết quả: $x=4$ hoặc $x=-1$.

Bài 5: Phương trình $|x+1|=|3x-5|$

Trường hợp 1: $x < -1 \Rightarrow x+1 < 0, 3x-5 < 0$

$$\Rightarrow |x+1| = -x-1, |3x-5| = -3x+5$$

$$\Rightarrow -x-1 = -3x+5 \Rightarrow -x+3x = 5+1 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3 \text{ (không thỏa mãn)}$$

Trường hợp 2: $-1 \leq x \leq \frac{5}{3} \Rightarrow x+1 \geq 0, 3x-5 \leq 0$

$$\Rightarrow |x+1| = x+1, |3x-5| = -3x+5$$

$$\Rightarrow x+1 = -3x+5 \Rightarrow x+3x = 5-1 \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Trường hợp 3: $\frac{5}{3} < x \Rightarrow x+1 > 0, 3x-5 > 0$

$$\Rightarrow |x+1| = x+1, |3x-5| = 3x-5$$

$$\Rightarrow x+1 = 3x-5 \Rightarrow x-3x = -5-1 \Rightarrow -2x = -6 \Rightarrow x=3 \text{ (thỏa mãn)}$$

Bài 6: Phương trình $|2x+1|=3x-2$

Vì $|2x+1| \geq 0$, nên $3x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$.

Nếu $2x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{-1}{2}$: $2x+1 = 3x-2 \Rightarrow x = 3$. Thỏa điều kiện.

Nếu $2x+1 < 0 \Rightarrow x < \frac{-1}{2}$: $-(2x+1) = 3x-2 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$, nhưng không

thỏa $x \geq \frac{2}{3}$.

Kết quả: $x = 3$.

Bài 7: Phương trình $|x-2| + |x-3| = 1$:

Đây là tổng khoảng cách từ x đến 2 và đến 3, nhỏ nhất là 1 khi x nằm giữa 2 và 3.

Vậy $2 \leq x \leq 3$.

Kết quả: $2 \leq x \leq 3$.

Bài 8: Đề $|3x-6| = 3x-6$

Yêu cầu $3x-6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$.

Kết quả: $x \geq 2$.

Bài 9: Phương trình $|x-1| + |x-4| = 5$

Nếu $x < 1$: $(1-x) + (4-x) = 5-2x = 5 \Rightarrow x = 0$.

Nếu $1 \leq x \leq 4$: $(x-1) + (4-x) = 3$, không thỏa.

Nếu $x > 4$: $(x-1) + (x-4) = 2x-5 = 5 \Rightarrow x = 5$.

Kết quả: $x = 0$ hoặc $x = 5$.

Bài 10: Phương trình $|x+2| = 3-x$:

Vì $|x+2| \geq 0$, nên $x \leq 3$.

Nếu $x \geq -2$: $x+2 = 3-x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

Nếu $x < -2$: $-(x+2) = 3-x$, vô lý.

Kết quả: $x = \frac{1}{2}$.

Bài 11: Phương trình $|x-1| = |x-3|$

x cách đều 1 và 3, nên $x = 2$.

Kết quả: $x = 2$.

Bài 12: Tìm tất cả các số x thỏa mãn phương trình: $|3x-2| = |x+4|$

Phương trình có dạng $|A| = |B|$, nghĩa là $A = B$ hoặc $A = -B$.

Ở đây, $A = 3x-2$, $B = x+4$.

Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: $3x-2 = x+4$

$$3x - x = 4 + 2 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

Trường hợp 2: $3x-2 = -(x+4)$

$$3x - 2 = -x - 4 \Rightarrow 3x + x = -4 + 2 \Rightarrow 4x = -2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Kiểm tra: Với $x = 3$: $|3 \times 3 - 2| = |9 - 2| = 7$; $|3 + 4| = 7$ (Đúng)

Với $x = -\frac{1}{2}$:

$$\left| 3 \times \left(-\frac{1}{2} \right) - 2 \right| = \left| -\frac{3}{2} - 2 \right| = \left| \frac{-7}{2} \right| = \frac{7}{2}, \left| -\frac{1}{2} + 4 \right| = \left| \frac{7}{2} \right| = \frac{7}{2} \text{ (Đúng)}$$

Đáp số: $x = 3$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$.

Bài 13: Phương trình $|x| \cdot |x-2| = 0$

Tích bằng 0 khi $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$ hoặc $|x-2| = 0 \Rightarrow x = 2$.

Kết quả: $x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bài 14: Ta có $|x| = \sqrt{x^2}$, $|y| = \sqrt{y^2}$, nên

$$|x| \cdot |y| = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y^2} = \sqrt{x^2 y^2} = |xy|.$$

Kết quả: Đã chứng minh.

Bài 15: Bất phương trình $|2x-4| > 6$

Trường hợp 1: $2x-4 > 6 \Rightarrow x > 5$.

Trường hợp 2: $2x-4 < -6 \Rightarrow x < -1$.

Kết quả: $x < -1$ hoặc $x > 5$.

Bài 16: Bất phương trình $|3x+1| < 4$ tương ứng với

$$-4 < 3x+1 < 4 \Rightarrow -5 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{-5}{3} < x < 1.$$

Kết quả: $-\frac{5}{3} < x < 1$.

Bài 17: Bất phương trình $|x+2| \leq 1$

$$-1 \leq x+2 \leq 1 \Rightarrow -3 \leq x \leq -1.$$

Kết quả: $-3 \leq x \leq -1$.

Bài 18: Tìm tất cả các số x thỏa mãn bất phương trình: $|x-5| < 2$

Bất phương trình $|x-5| < 2$ có nghĩa là khoảng cách từ x đến 5 nhỏ hơn 2.

Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối: $-2 < x-5 < 2$

Cộng 5 vào cả ba vế: $-2+5 < x-5+5 < 2+5$

$$3 < x < 7$$

Tập nghiệm: $3 < x < 7$

Kiểm tra:

Với $x = 4$: $|4 - 5| = 1 < 2$ (thỏa mãn).

Với $x = 3$: $|3 - 5| = 2 < 2$ (không thỏa mãn).

Với $x = 7$: $|7 - 5| = 2 < 2$ (không thỏa mãn).

Đáp số: $3 < x < 7$.

Bài 19: Trường hợp 1: $x < 0$

$$(-x) + (3 - x) < 4 \Rightarrow 3 - 2x < 4 \Rightarrow -1 < 2x \Rightarrow \frac{-1}{2} < x. \text{ Kết hợp với}$$

điều kiện của trường hợp, ta có $-\frac{1}{2} < x < 0$

Trường hợp 2: $0 \leq x < 3$: $x + (3 - x) < 4 \Rightarrow 3 < 4$ (luôn đúng)

Trường hợp 3: $x \geq 3$:

$$x + (x - 3) < 4 \Rightarrow 2x - 3 < 4 \Rightarrow 2x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{2} \text{ Kết hợp với điều}$$

kiện của trường hợp, ta có $3 \leq x < \frac{7}{2}$

$$\text{Kết quả: } -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ hoặc } 0 \leq x < 3 \text{ hoặc } 3 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\textbf{Bài 20:} \text{ Ta có } |a| \cdot |b| = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^2} = \sqrt{a^2 b^2} = |ab|.$$

Thực chất $|a| \cdot |b| = |ab|$, không phải bất đẳng thức $\geq$.

$$\text{Kết quả: } |a| \cdot |b| = |ab|.$$

Bài 21:

Ta có phương trình: $|x-2| + |y-1| = 3$.

Để tìm các cặp (x, y) nguyên, ta thực hiện như sau:

Đặt $a = |x-2|$ và $b = |y-1|$. Khi đó phương trình trở thành:
 $a+b=3$

với $a, b \geq 0$ và a, b đều là số nguyên.

Ta lần lượt liệt kê các cặp (a, b) thoả

$$a+b=3: (a, b) \in \{(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)\}.$$

Với mỗi cặp (a, b) , tìm (x, y) thoả mãn:

- $a = |x-2|$ nghĩa là $x-2 = \pm a$, hay $x = 2 \pm a$,
- $b = |y-1|$ nghĩa là $y-1 = \pm b$, hay $y = 1 \pm b$.

Cụ thể:

- Trường hợp $(a, b) = (0, 3)$:
 - $x = 2 \pm 0 \Rightarrow x = 2$.
 - $y = 1 \pm 3 \Rightarrow y = 4$ hoặc $y = -2$.
 - Lời giải: $(2, 4), (2, -2)$.
- Trường hợp $(a, b) = (1, 2)$:
 - $x = 2 \pm 1 \Rightarrow x = 3$ hoặc $x = 1$.
 - $y = 1 \pm 2 \Rightarrow y = 3$ hoặc $y = -1$.

- Lời giải: $(3, 3), (3, -1), (1, 3), (1, -1)$.
- Trường hợp $(a, b) = (2, 1)$:
 - $x = 2 \pm 2 \Rightarrow x = 4$ hoặc $x = 0$.
 - $y = 1 \pm 1 \Rightarrow y = 2$ hoặc $y = 0$.
 - Lời giải: $(4, 2), (4, 0), (0, 2), (0, 0)$.
- Trường hợp $(a, b) = (3, 0)$:
 - $x = 2 \pm 3 \Rightarrow x = 5$ hoặc $x = -1$.
 - $y = 1 \pm 0 \Rightarrow y = 1$.
 - Lời giải: $(5, 1), (-1, 1)$.

Tổng hợp tất cả các nghiệm nguyên (x, y) ta được:

$$(2, 4), (2, -2), (3, 3), (3, -1), (1, 3), (1, -1), \\ (4, 2), (4, 0), (0, 2), (0, 0), (5, 1), (-1, 1).$$

Bài 22: Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình:

$$|x + 2| + |y - 1| = 3.$$

Phương trình có dạng tổng hai giá trị tuyệt đối bằng một số dương, nên ta xét các trường hợp dựa trên dấu của các biểu thức trong giá trị tuyệt đối.

Xét các vùng giá trị của x và y :

$$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2.$$

$$y - 1 \geq 0 \Rightarrow y \geq 1.$$

Ta chia thành các trường hợp dựa trên các điểm $x = -2$ và $y = 1$:

Trường hợp 1: $x \geq -2, y \geq 1$.

$$|x+2| = x+2, |y-1| = y-1$$

Phương trình trở thành: $(x+2) + (y-1) = 3$

$$x + y + 1 = 3 \Rightarrow x + y = 2$$

Vì x, y là số nguyên, các cặp (x, y) thỏa mãn $x + y = 2, x \geq -2, y \geq 1: y = 2 - x$

Thử: $x = -2: y = 2 - (-2) = 4$. Cặp: $(-2, 4)$.

$x = -1: y = 2 - (-1) = 3$. Cặp: $(-1, 3)$.

$x = 0: y = 2 - 0 = 2$. Cặp: $(0, 2)$.

$x = 1: y = 2 - 1 = 1$. Cặp: $(1, 1)$.

$x = 2: y = 2 - 2 = 0$, nhưng $y \geq 1$, không thỏa mãn. (Ta dừng lại ở đây vì nếu tăng x thì y càng không thỏa mãn)

Kiểm tra:

$(-2, 4): |-2+2| + |4-1| = 0 + 3 = 3$ (thỏa mãn).

$(-1, 3): |-1+2| + |3-1| = 1 + 2 = 3$ (thỏa mãn).

$(0, 2): |0+2| + |2-1| = 2 + 1 = 3$ (thỏa mãn).

$(1, 1): |1+2| + |1-1| = 3 + 0 = 3$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $x \geq -2, y < 1$.

$$|x+2| = x+2, |y-1| = -(y-1) = 1-y$$

Phương trình: $(x+2) + (1-y) = 3$

$$x - y + 3 = 3 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y$$

Vì $y < 1$, y nguyên nên $y \leq 0$, và $x = y \geq -2$.

Thử:

$$y = 0: x = 0. \text{ Cặp: } (0, 0).$$

$$y = -1: x = -1. \text{ Cặp: } (-1, -1).$$

$$y = -2: x = -2. \text{ Cặp: } (-2, -2).$$

Kiểm tra:

$$(0, 0): |0 + 2| + |0 - 1| = 2 + 1 = 3 \text{ (thỏa mãn)}.$$

$$(-1, -1): |-1 + 2| + |-1 - 1| = 1 + 2 = 3 \text{ (thỏa mãn)}.$$

$$(-2, -2): |-2 + 2| + |-2 - 1| = 0 + 3 = 3 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Trường hợp 3: $x < -2$, $y \geq 1$.

$$|x + 2| = -(x + 2) = -x - 2, |y - 1| = y - 1$$

$$\text{Phương trình: } (-x - 2) + (y - 1) = 3$$

$$-x + y - 3 = 3 \Rightarrow y - x = 6$$

$$y = x + 6$$

Vì $x < -2$ và x nguyên nên $x \leq -3$, và $y \geq 1$.

Thử:

$$x = -3: y = -3 + 6 = 3. \text{ Cặp: } (-3, 3).$$

$$x = -4: y = -4 + 6 = 2. \text{ Cặp: } (-4, 2).$$

$$x = -5: y = -5 + 6 = 1. \text{ Cặp: } (-5, 1). \text{ (Ta dừng lại ở đây vì nếu giảm } x \text{ thì } y \text{ sẽ không thỏa mãn)}$$

Kiểm tra:

$$(-3, 3): |-3+2|+|3-1|=1+2=3 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$(-4, 2): |-4+2|+|2-1|=2+1=3 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$(-5, 1): |-5+2|+|1-1|=3+0=3 \text{ (thỏa mãn).}$$

Trường hợp 4: $x < -2, y < 1$.

$$|x+2|=-x-2, |y-1|=1-y$$

$$\text{Phương trình: } (-x-2)+(1-y)=3$$

$$-x-y-1=3 \Rightarrow -x-y=4 \Rightarrow x+y=-4$$

$$\text{Vì } x \leq -3, y \leq 0.$$

$$\text{Thử: } x=-3: y=-4-(-3)=-1. \text{ Cặp: } (-3, -1).$$

$$x=-4: y=-4-(-4)=0. \text{ Cặp: } (-4, 0).$$

Kiểm tra:

$$(-3, -1): |-3+2|+|-1-1|=1+2=3 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$(-4, 0): |-4+2|+|0-1|=2+1=3 \text{ (thỏa mãn).}$$

Tổng hợp các cặp:

$$(-2, 4), (-1, 3), (0, 2), (1, 1), (0, 0), (-1, -1), (-2, -2), (-3, 3),$$

$$(-4, 2), (-3, -1), (-4, 0), (-5, 1)$$

$$\text{Đáp số: Các cặp } (x, y): (-2, 4), (-1, 3), (0, 2), (1, 1), (0, 0),$$

$$(-1, -1), (-2, -2), (-3, 3), (-4, 2), (-3, -1), (-4, 0), (-5, 1)$$

$$|x-2|=3, |y+1|=0: (-1,-1), (5,-1).$$

Kết quả: $(2,-4), (2,2), (1,-3), (1,1), (3,-3), (3,1), (0,-2), (0,0),$
 $(4,-2), (4,0), (-1,-1), (5,-1).$

Bài 23: Biểu thức $A = 5 - |2x - 3|$

A lớn nhất khi $|2x - 3| = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$, lúc đó $A = 5$.

Kết quả: 5.

Bài 24: Tìm giá trị lớn nhất (GTLN) của biểu thức: $B = 5 - |2x + 1|$

Vì $|2x + 1| \geq 0$, nên: $5 - |2x + 1| \leq 5$

GTLN của B đạt được khi $|2x + 1|$ nhỏ nhất, tức là:

$$|2x + 1| = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Khi đó: $B = 5 - 0 = 5$

Kiểm tra: Với $x = 0$: $|2 \times 0 + 1| = 1$, $B = 5 - 1 = 4 < 5$.

Bài 25: Biểu thức $B = |x - 1| + |x - 4|$

Giá trị nhỏ nhất khi x nằm giữa 1 và 4, lúc đó $B = 4 - 1 = 3$.

Kết quả: 3.

Với $x = -1$: $|2 \times (-1) + 1| = |-1| = 1$, $B = 5 - 1 = 4 < 5$.

GTLN là 5 khi $x = -\frac{1}{2}$.

Đáp số: GTLN của B là 5, đạt được khi $x = -\frac{1}{2}$