

B. Tự luận

1. Đáp án số hữu tỷ

Bài 1: Ta đưa các phân số về cùng mẫu số chung là 12:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \quad -\frac{5}{6} = -\frac{10}{12}, \quad -\frac{7}{12} = -\frac{7}{12}.$$

$$\text{Thực hiện: } \frac{9}{12} - \frac{10}{12} - \frac{7}{12} = \frac{9-10-7}{12} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Kết quả: } -\frac{2}{3}.$$

Bài 2: Các số cần biểu diễn: $\frac{1}{2} = 0.5$, $-\frac{3}{4} = -0.75$, $\frac{5}{3} \approx 1.666$,

$$-1\frac{2}{5} = -1.4.$$

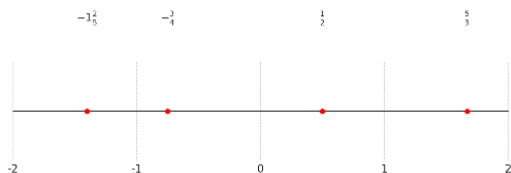
$\frac{1}{2}$: Bên phải 0, cách 0 khoảng 0.5 đơn vị.

$-\frac{3}{4}$: Bên trái 0, cách 0 khoảng 0.75 đơn vị.

$\frac{5}{3}$: Bên phải 0, cách 0 khoảng 1.666 đơn vị.

$-1\frac{2}{5}$: Bên trái 0, cách 0 khoảng 1.4 đơn vị.

Vẽ trục số và đánh dấu các điểm này.



Bài 3: Đưa về mẫu số chung là 12: $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$, $\frac{-3}{4} = \frac{-9}{12}$.

Vì $-8 > -9$, nên $\frac{-8}{12} > \frac{-9}{12}$, tức là $\frac{-2}{3} > \frac{-3}{4}$.

Kết quả: $\frac{-2}{3} > \frac{-3}{4}$.

Bài 4: Để $\frac{2x-1}{3} > 0$:

Kết quả: $x > \frac{1}{2}$.

Bài 5: Các số hữu tỉ x thỏa mãn $-1 < x < \frac{1}{2}$ là vô số, ví dụ:

$-0.5, 0, 0.25, \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \dots$

Kết quả: Vô số giá trị, ví dụ $x = 0$.

Bài 6: Đặt $\frac{2x+3}{5} = k$ (với k là số nguyên), ta biến đổi như sau:

$$2x+3=5k \Rightarrow 2x=5k-3 \Rightarrow x=\frac{5k-3}{2} \text{ (với } k \text{ là số nguyên)}$$

Ví dụ với $k=1$: $x = \frac{5 \cdot 1 - 3}{2} = 1$.

Kết quả: $x = \frac{5k-3}{2}$, ví dụ $x=1$.

Bài 7: Nhân chéo: $3(3x-1) = 4(x+2)$

$$\Rightarrow 9x - 3 = 4x + 8 \Rightarrow 9x - 4x = 8 + 3 \Rightarrow 5x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{5}.$$

Kết quả: $x = \frac{11}{5}$

Bài 8: Giải: $\frac{2x-3}{5} > 1.$

$$2x - 3 > 5 \Rightarrow 2x > 8 \Rightarrow x > 4.$$

Kết quả: $x > 4.$

Bài 9:

Ta có:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}, \frac{1}{2} > \frac{1}{6}, \dots, \frac{1}{2} > \frac{1}{100} \Rightarrow S < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} \text{ (50 số hạng)}$$

$$\Rightarrow S < 50 \times \frac{1}{2} = 25$$

Bài 10: Tính trong ngoặc: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}.$

$$\frac{5}{12} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{72}.$$

$$\frac{25}{72} + \frac{7}{12} = \frac{25}{72} + \frac{42}{72} = \frac{67}{72}.$$

Kết quả: $\frac{67}{72}.$

Bài 11: Nhân chéo: $5 \times 11 = 55$, $8 \times 7 = 56$.

Vì $55 < 56$, nên $\frac{5}{7} < \frac{8}{11}$.

Kết quả: $\frac{5}{7} < \frac{8}{11}$.

Bài 12: Để $\frac{3x-2}{4} < 0$:

$$3x - 2 < 0 \Rightarrow 3x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{3}.$$

Kết quả: $x < \frac{2}{3}$.

Bài 13: Giải: $x^2 = \frac{9}{16}$.

$$x = \pm \sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}.$$

Kết quả: $x = \frac{3}{4}$ hoặc $x = -\frac{3}{4}$.

Bài 14: Đưa về một vế: $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} \leq 0$.

Mẫu số chung là 6: $\frac{2(2x+1) - 3(x-2)}{6} \leq 0$.

$$\frac{4x + 2 - 3x + 6}{6} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+8}{6} \leq 0 \Rightarrow x+8 \leq 0 \Rightarrow x \leq -8$$

Kết quả: $x \leq -8$.

Bài 15: Phân tích: $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

$$S = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

Kết quả: $\frac{99}{100}$.

Bài 16: Tính trong ngoặc: $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{5}.$$

Kết quả: $\frac{8}{5}$.

Bài 17: Đưa về mẫu số chung 6: $\frac{3(x-1) + 2(x+1)}{6} = 5$.

$$\frac{3x-3+2x+2}{6} = 5 \Rightarrow \frac{5x-1}{6} = 5 \Rightarrow 5x-1 = 30 \Rightarrow 5x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{5}.$$

Kết quả: $x = \frac{31}{5}$.

Bài 18: So sánh giá trị tuyệt đối: $\left|\frac{-7}{9}\right| = \frac{7}{9} \approx 0.777, \left|\frac{-5}{8}\right| = \frac{5}{8} = 0.625$.

Vì $\frac{7}{9} > \frac{5}{8}$, nên $\frac{-7}{9} < \frac{-5}{8}$.

Kết quả: $\frac{-7}{9} < \frac{-5}{8}$.

Bài 19: Giải $\frac{4x+3}{5} = 0$:

$$4x+3=0 \Rightarrow 4x=-3 \Rightarrow x=-\frac{3}{4}.$$

Kết quả: $x=-\frac{3}{4}$.

Bài 20: Cho $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$, chứng minh $S>\frac{1}{2}$

Ta có:

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\dots+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)$$

$$\frac{1}{3}>\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{3}-\frac{1}{4}>0; \dots; \frac{1}{99}>\frac{1}{100} \Rightarrow \frac{1}{99}-\frac{1}{100}>0$$

$$\Rightarrow S>\frac{1}{2}$$

Bài 21: Thực hiện phép tính:

$$\frac{5}{12} \times \left(-\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} \right) + \frac{7}{8} \times \frac{4}{21}$$

Bước 1: Tính trong ngoặc trước:

$$-\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = -\frac{9}{10} \times \frac{5}{3} = -\frac{9 \times 5}{10 \times 3} = -\frac{45}{30} = -\frac{3}{2}$$

Bước 2: Tính phần đầu:

$$\frac{5}{12} \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -\frac{5 \times 3}{12 \times 2} = -\frac{15}{24} = -\frac{5}{8}$$

Bước 3: Tính phần sau:

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{21} = \frac{7 \times 4}{8 \times 21} = \frac{28}{168} = \frac{1}{6}$$

Bước 4: Cộng hai kết quả:

$$-\frac{5}{8} + \frac{1}{6}$$

Quy đồng mẫu số: $\text{BCNN}(8, 6) = 24$.

$$-\frac{5}{8} = -\frac{5 \times 3}{8 \times 3} = -\frac{15}{24}, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{4}{24}$$

$$-\frac{15}{24} + \frac{4}{24} = \frac{-15 + 4}{24} = -\frac{11}{24}$$

Đáp số: $-\frac{11}{24}$.

Bài 22: Cho các số: $\frac{2}{3}$, $-\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $-\frac{3}{4}$.

a) Sắp xếp theo thứ tự tăng dần:

Quy đồng mẫu số: $\text{BCNN}(3, 6, 12, 4) = 12$.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}, \quad -\frac{5}{6} = -\frac{5 \times 2}{6 \times 2} = -\frac{10}{12},$$

$$\frac{7}{12} = \frac{7}{12}, \quad -\frac{3}{4} = -\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = -\frac{9}{12}.$$

So sánh: $-\frac{10}{12} < -\frac{9}{12} < \frac{7}{12} < \frac{8}{12}$.

Kết quả: $-\frac{5}{6} < -\frac{3}{4} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3}$.

b) Biểu diễn trên trục số:

Vẽ trục số, chia khoảng cách đều với đơn vị $\frac{1}{12}$.

Đặt các điểm:

$$-\frac{5}{6} = -\frac{10}{12} \text{ (10 đơn vị bên trái gốc 0),}$$

$$-\frac{3}{4} = -\frac{9}{12} \text{ (9 đơn vị bên trái gốc 0),}$$

$$\frac{7}{12} \text{ (7 đơn vị bên phải gốc 0),}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \text{ (8 đơn vị bên phải gốc 0).}$$

Đáp số:

a) $-\frac{5}{6}, -\frac{3}{4}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}.$

$$-\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{12} + \frac{2}{3}$$



b)

Bài 23: Tìm x sao cho: $\frac{2x-1}{3} + \frac{x+2}{4} = \frac{5}{6}$

Quy đồng mẫu số: $\text{BCNN}(3, 4, 6) = 12.$

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{(2x-1) \times 4}{3 \times 4} = \frac{8x-4}{12},$$

$$\frac{x+2}{4} = \frac{(x+2) \times 3}{4 \times 3} = \frac{3x+6}{12},$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}.$$

Phương trình trở thành:

$$\frac{8x-4}{12} + \frac{3x+6}{12} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{(8x-4)+(3x+6)}{12} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{11x+2}{12} = \frac{10}{12}$$

Nhân hai vế với 12: $11x+2=10$

$$11x=8 \Rightarrow x = \frac{8}{11}$$

Kiểm tra: Thay $x = \frac{8}{11}$:

$$\frac{2 \times \frac{8}{11} - 1}{3} = \frac{\frac{16}{11} - 1}{3} = \frac{\frac{5}{11}}{3} = \frac{5}{33},$$

$$\frac{\frac{8}{11} + 2}{4} = \frac{\frac{8}{11} + \frac{22}{11}}{4} = \frac{\frac{30}{11}}{4} = \frac{15}{22},$$

$$\frac{5}{33} + \frac{15}{22} = \frac{5 \times 2 + 15 \times 3}{66} = \frac{10 + 45}{66} = \frac{55}{66} = \frac{5}{6}.$$

Đúng.

Đáp số: $x = \frac{8}{11}$.

Bài 24: Tìm x thỏa mãn: $\frac{3x-2}{5} \leq \frac{x+1}{2} - \frac{1}{10}$

Quy đồng mẫu số: BCNN(5,2,10)=10.

$$\frac{3x-2}{5} = \frac{(3x-2) \times 2}{5 \times 2} = \frac{6x-4}{10},$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{(x+1) \times 5}{2 \times 5} = \frac{5x+5}{10},$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}.$$

Bất phương trình trở thành: $\frac{6x-4}{10} \leq \frac{5x+5}{10} - \frac{1}{10}$

$$\frac{6x-4}{10} \leq \frac{(5x+5)-1}{10} = \frac{5x+4}{10}$$

Nhân hai vế với 10:

$$6x-4 \leq 5x+4$$

$$6x-5x \leq 4+4$$

$$x \leq 8$$

Vì x là số hữu tỉ, tập nghiệm là: $x \leq 8$. Đáp số: $x \leq 8$.

Bài 25: Cho $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{20}{21}$, so sánh S và 20

Ta có:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{20}{21} = \frac{2-1}{2} + \frac{3-1}{3} + \frac{4-1}{4} + \dots + \frac{21-1}{21}$$

$$= \frac{2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{3} - \frac{1}{3} + \frac{4}{4} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{21}{21} - \frac{1}{21}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{4} + \dots + 1 - \frac{1}{21}$$

$$= (1+1+\dots+1) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{21} \right)$$

$$= 20 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{21} \right) \text{ (do tổng trên có 20 số hạng)}$$

$$\text{Do } \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{21} \right) > 0 \text{ nên } S < 20$$

Vậy $S < 20$