ĐỀ TOÁN 3

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) $A=\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}+\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}-\frac{x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$

$=\frac{\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2-x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{2\sqrt{x}-x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{-\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$

$=\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}.$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-y=9 & (1)\\ 5x+2y=4 & (2)\end{cases}$

Rút từ phương trình (1) ta có : $y=3x-9$ (3).

Thế vào (2) được $5x+2(3x-9)=4$ hay $11x-22=0$ suy ra $x=2.$

Thay $x=2$ vào (3) được $y=6-9=-3.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(2;-3).$

Câu 2.

1) Nhân hai vế của bất phương trình với 12 ta được $3(5x+3)<4(4x-5).$

Suy ra $15x+9<16x-20$

Giải bất phương trình trên ta được $x>29$.

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm là $x>29$.

2) Giả sử phương trình $x^2-7x+2=0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1^2+7x_2}$.

Theo định lý Viète $\begin{cases}x_1+x_2=7\\ x_1.x_2=2.\end{cases}$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình đã cho nên $x_1{}^2-7x_1+2=0$ hay $x_1{}^2=7x_1-2$ do đó $x_1^2+7x_2=7x_1-2+7x_2=7(x_1+x_2)-2=7.7-2=47.$

Ta có $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=7^3-3.2.7=301.$

Vậy $\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1^2+7x_2}=\frac{301}{47}.$

Câu 3:

1) Gọi vận tốc của xe tải là x km/h (điều kiện $x>0$).

Vận tốc của xe con là $x+10$ (km/h).

Thời gian đi từ A đến B của xe tải, xe con lần lượt là $\frac{200}{x}$ giờ và $\frac{200}{x+10}$ giờ.

Vì xe tải xuất phát trước xe con 40 phút $=\frac{2}{3}$ giờ và hai xe đến B cùng lúc nên ta có phương trình $\frac{200}{x}-\frac{200}{x+10}=\frac{2}{3}$ biến đổi phương trình được $x^2+10x-3000=0$.

Giải phương trình được $x_1=-60$ (không thỏa mãn điều kiện), $x_2=50$ (thỏa mãn).

Thời gian xe tải đi từ A đến B là 4 giờ. Vậy hai xe đến B lúc 12 giờ.

2)

a) Với m = 3 ta có:

$x^2-2(3+2)x+3^2+3.3-2=0$

$\Leftrightarrow x^2-10x+16=0$

Ta có: $\Delta'=(-5)^2-16=9>0$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là:

$$\left[\begin{array}{l} x_1=5-3=2 \\ x_2=5+3=8 \end{array}\right.$$

Vậy với m = 3 thì phương trình có tập nghiệm là: $S=\{2;8\}$

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương tình có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 khi và chỉ khi $\Delta'>0$

$\Leftrightarrow \left[-(m+2)\right]^2-\left(m^2+3m-2\right)>0$

$\Leftrightarrow m^2+4m+4-m^2-3m+2>0$

$\Leftrightarrow m>-6$

Áp dụng hệ thức Viet cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m^2+3m-2=0$ ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=2(m+2) \\ x_1x_2=m^2+3m-2 \end{cases}$$

Ta có:

$A=2018+3x_1x_2-{x_1}^2-{x_2}^2$

$=2018+3x_1x_2-\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]=2018+5x_1x_2-(x_1+x_2)^2$

Thay Viet vào A ta được:

$A=2018+5x_1x_2-(x_1+x_2)^2$

$=2018+5\left(m^2+3m-2\right)-4(m+2)^2$

$= 2018 + 5m^2 + 15m - 10 - 4m^2 - 16m - 16$

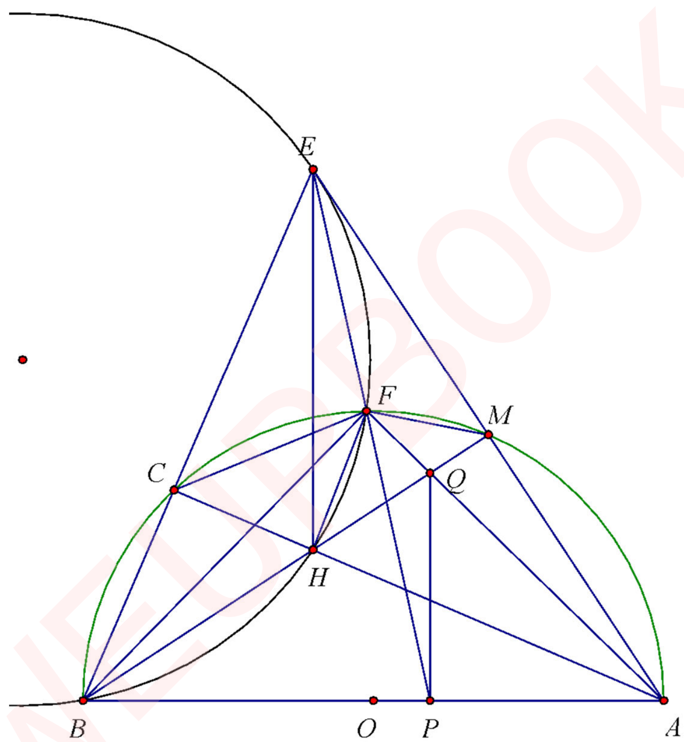
$= m^2 - m + 1992$

$= \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7967}{4}$

Ta có: $A \geq \frac{7967}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2}$ (tm)

Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toám

Câu 4:



1) $\widehat{CBM}$ và $\widehat{ABM}$ nội tiếp đường tròn (O) chắn hai cung $\overset{\frown}{CM}$ và $\overset{\frown}{MA}$.

Mà $\overset{\frown}{CM} = \overset{\frown}{MA}$ nên $\widehat{CBM} = \widehat{ABM}$ hay BM là phân giác của $\widehat{ABC}$.

2) M thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên $\widehat{BMA} = 90°$ hay $\widehat{BMA} = \widehat{BME} = 90°$

Xét Δ vuông BMA và Δ vuông BME có $\widehat{MBA} = \widehat{MBE}$ và BM chung nên

$\Delta BMA = \Delta BME$ do đó $ME = MA$.

Ta có $\widehat{MAC} = \widehat{MBA}$ (hai góc nội tiếp (O) chắn hai cung bằng nhau) nên

Δ vuông MAH đồng dạng với Δ vuông MBA do đó $\frac{MH}{MA} = \frac{MA}{MB}$ hay $MA^2 = MH.MB$ mà $MA = ME$

nên $ME^2 = MH.MB$.

3) + Ta có $\widehat{PFA}=\widehat{FAE}+\widehat{FEA}$ (góc ngoài ΔAEF) (1).

$\widehat{FAE}=\widehat{FBM}$ (nội tiếp (O) cùng chắn $\overset\frown{FM}$) và $\widehat{FBM}=\widehat{FEH}$ (nội tiếp đường tròn ngoại tiếp ΔBHE cùng chắn $\overset\frown{HF}$) suy ra $\widehat{FAE}=\widehat{FEH}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{PFA}=\widehat{FAE}+\widehat{FEA}=\widehat{FEH}+\widehat{FEA}=\widehat{HEA}$ (3).

+ Theo ý b) $ME^2=MH.MB$ nên $\dfrac{ME}{MH}=\dfrac{MB}{ME}$ kết hợp với $\widehat{EMH}=\widehat{BME}=90°$

do đó ΔMEH đồng dạng với ΔMBE nên $\widehat{MEH}=\widehat{MBE}$ mà theo chứng minh phần a) ta có $\widehat{MBE}=\widehat{MBA}$ suy ra $\widehat{MBA}=\widehat{MEH}=\widehat{HEA}\,(4)$.

Từ (3), (4) ta được $\widehat{PFA}=\widehat{MBA}$.

Xét ΔAFP và ΔABQ có $\widehat{PFA}=\widehat{MBA}$ và $\widehat{A}$ chung nên ΔAFP đồng dạng với ΔABQ suy ra $\dfrac{AP}{AF}=\dfrac{AQ}{AB}$.

Xét ΔQAP và ΔABF có $\dfrac{AP}{AF}=\dfrac{AQ}{AB}$ và $\widehat{A}$ chung nên ΔQAP đồng dạng với ΔABF suy ra $\widehat{QPA}=\widehat{BFA}$ mà $\widehat{BFA}=90°$ nên $QP\perp AB$.

Câu 5.

1) Gọi x y , lần lượt là số trận hòa và số trận thắng. Mỗi đội bóng thi đấu với 3 đội còn lại, do đó có tất cả: (4.3):2 = 6 trận.

Do đó ta có: x + y = 6 (1)

Tổng số điểm trận hòa 2x , tổng số điểm trận thắng là 3y .

Theo đề, suy ra 2x +3y = 16 (2)

Giải hệ gồm (1) và (2) tìm được: $x=2$, $y=4$.

Vậy có 2 trận hòa và 4 trận thắng.

2) Không gian mẫu của phép thử là:

Ω = {(1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 3); (2, 4); (3, 1); (3, 2); (3, 4); (4, 1); (4, 2); (4, 3)}.

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là n(Ω) = 12. Gọi A là biến cố "Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ". Số kết quả thuận lợi của biến cố A là n(A) = 8.

Xác suất của biến cố A là $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$