ĐỀ TOÁN 1

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) Tổng số học sinh được khảo sát là 200. Cộng các tần số đã cho: $65+50+35+20=170$.

Số học sinh thuộc nhóm [0;2] bằng: $200-170=30$.

2) Vòng quay chia thành 12 phần bằng nhau, các số từ 1 đến 12, mỗi kết quả có xác suất $\frac{1}{12}$.

Gọi biến cố A: "Kim dừng ở số lớn hơn 8 hoặc chia hết cho 3".

- Tập số lớn hơn 8 trong $\{1,2,\ldots,12\}$ là $\{9,10,11,12\}$.

- Tập số chia hết cho 3 trong $\{1,\ldots,12\}$ là $\{3,6,9,12\}$.

Hợp hai tập này: $\{9,10,11,12\}\cup\{3,6,9,12\}=\{3,6,9,10,11,12\}$.

Có 6 số thoả mãn.

- Số kết quả có thể là 12.

- Xác suất của A là: $P(A)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

Câu 2.

1) Tính A tại $x=4$: $F(4)=\frac{\sqrt{4+1}-2}{4-3}=\frac{\sqrt{5}-2}{1}=\sqrt{5}-2$.

2) Ta có: $F(x)=\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}, G(x)=\frac{\sqrt{x+1}+2}{x-1}$.

Xét $P(x)=\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}\times\frac{\sqrt{x+1}+2}{x-1}$.

Quan sát tích $\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)=(x+1)-4=x-3$.

Vậy: $P(x)=\frac{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x-3)(x-1)}=\frac{x-3}{(x-3)(x-1)}=\frac{1}{x-1}(x>3, x\neq 1)$.

Kết luận: $P(x)=\frac{1}{x-1}$.

Câu 3:

1) Ông Bình có 500 triệu đồng, gửi vào 2 ngân hàng A (lãi 7%/năm) và B (lãi 5%/năm). Sau 1 năm, lãi tổng cộng 31 triệu đồng. Gọi:

- x (triệu đồng) = số tiền gửi ngân hàng A,
- y (triệu đồng) = số tiền gửi ngân hàng B.

WE UP BOOK

Khi đó: $\begin{cases} x+y=500 \\ 0,07x+0,05y=31 \end{cases}$

Giải hệ:

- Từ $x+y=500$ suy ra $y=500-x$.
- Thế vào $7x+5y=3100$:

$7x+5(500-x)=3100 \Leftrightarrow$ 7x+2500-5x=3100 $\Leftrightarrow$ 2x=600 $\Leftrightarrow$ x=300.

Khi đó $y=500-300=200$.

Kết luận: Ông Bình gửi 300 triệu đồng vào NH A (7%/năm) và 200 triệu đồng vào NH B (5%/năm).

2) Đội lao động làm 360 sản phẩm trong 6 ngày (kế hoạch). Thực tế, mỗi ngày làm nhiều hơn 12 sản phẩm so với dự kiến nên hoàn thành sớm 1 ngày (tức chỉ 5 ngày).

Gọi n = số sản phẩm dự kiến làm trong 1 ngày.

Kế hoạch: $n\times 6=360 \Rightarrow$ n=60.

Kiểm tra thực tế:

- Thực tế mỗi ngày làm $60+12=72$ sản phẩm.
- Số ngày để hoàn thành 360 sản phẩm: $\frac{360}{72}=5$ (đúng như "sớm 1 ngày").

Kết luận: Theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày dự định làm 60 sản phẩm.

3) Phương trình: $x^2-(m+1)x+m=0.$

Biết $x=1$ là một nghiệm.

a) Tìm m

Thay $x=1$ vào phương trình: $1^2-(m+1)\cdot 1+m=1-(m+1)+m=1-m-1+m=0.$

Như vậy biểu thức bằng 0 đối với mọi m. Có nghĩa là $x=1$ luôn luôn là nghiệm của phương trình cho bất kỳ m nào. (Không có ràng buộc thêm, nên m có thể là bất kỳ số thực.)

b) Tích hai nghiệm

Theo định lý Vi-ét, tích hai nghiệm = hệ số tự do / hệ số x^2. Ở đây, tích hai nghiệm là m.

Vì $x_1=1$ và x_2 là nghiệm còn lại, nên $x_1\cdot x_2=m$.

Kết luận: m tùy ý, và tích hai nghiệm = m

Câu 4:

a) Gọi MN giao PQ tại T.

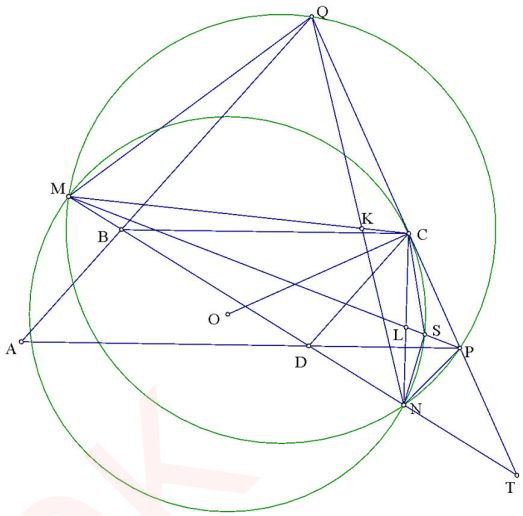
Tam giác PCD đồng dạng

với tam giác CBQ nên ta có:

WEUPBOOK

$$\frac{TP}{TC}=\frac{TD}{TB}=\frac{TC}{TQ}$$

$\Rightarrow TC^2=TP.TQ \Rightarrow TC^2=TP.TQ$. Mặt khác TC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $TC^2=TM.TN$. Như vậy ta có: $TM.TN=TP.TQ \Leftrightarrow MNPQ$ là tứ giác nội tiếp



b) Gọi giao điểm thứ hai của (O) với MP là S. Ta có các góc biến đổi sau:

$\widehat{KML}=\widehat{CMS}=\widehat{SCP}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung).

$\widehat{KML}=\widehat{MSC}-\widehat{SPC}$ (góc ngoài). $\widehat{KML}=\widehat{MNC}=\widehat{MNQ}$ (tứ giác $MNPQ$ và $MNSC$ nội tiếp . Vì $\widehat{KML}=\widehat{KNL}$ suy ra tứ giác $MKLN$ nội tiếp. Suy ra $\widehat{KLM}=\widehat{KNM}=\widehat{QPM}$ suy ra $KL//PQ \perp OC$. Vậy $KL \perp OC$.

Câu 5.

Mảnh tôn $8\,\text{m}\times 5\,\text{m}$, gấp 2 bên để làm máng hở (không nắp).

- Đáy máng rộng w, chiều cao mỗi bên gập là h.
- Sau khi gập: $w=5-2h$.
- Chiều dài máng vẫn $8\,\text{m}$.
- Thể tích máng (dạng "hộp chữ U"):

$$V=w\cdot 8\cdot h=8h(5-2h).$$

Đặt hàm số

$V(h)=8h(5-2h)=40h-16\text{h}^2=25-(5-4h)^2\le 25$

Dấu bằng khi $h=1,25\,\text{m}$

Kết luận: Để thể tích máng lớn nhất, ta gấp mép mỗi bên $h=1,25\,\text{m}$.

WEUPBOOK