ĐỀ TOÁN 9
ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	C	A	C	D	B	B	D	B	D	A	B

Câu 1:

Đây là câu hỏi về mặt phẳng trong không gian O*xyz,* với phương trình mặt phẳng được cho là $4x-3y-1=0$. Bạn cần tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng này.

Để giải, ta làm như sau:

1. Phương trình tổng quát của mặt phẳng trong không gian 3 chiều có dạng:
   $Ax+By+Cz+D=0$.Trong đó, *(A,B,C)* là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.
2. Phương trình mặt phẳng mà bạn đưa ra là: $4x-3y-1=0$
   Ta có thể viết lại phương trình này dưới dạng: $4x-3y+0z-1=0$
3. So sánh với phương trình tổng quát $Ax+By+Cz+D=0$, ta thấy rằng:
   $A=4; B=-3; C=0; D=-1$.
   Do đó, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng này là $\vec{n}=(4,-3,0)$.

Vậy câu trả lời cho câu hỏi của bạn là: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $4x-3y-1=0$ là $\vec{n}=(4,-3,0)$. **Chọn đáp án C**

Câu 2:

Để giải câu hỏi này, ta cần sử dụng công thức của cấp số nhân: $u_n=u_1\cdot r^{n-1}$.

Trong đó: $u_1=3$ là số hạng đầu tiên.

$u_4=24$ là số hạng thứ 4.

r là công bội cần tìm.

1. Tính công bội *r*
   Áp dụng công thức cho u_4. Ta có: $u_4=u_1\cdot r^{4-1}=u_1\cdot r^3$
   Thay giá trị vào ta có: $24=3\cdot r^3$
2. Tính giá trị của u_3
   Sau khi tìm được giá trị *r*, ta sẽ tính giá trị của u_3 theo công thức: $u_3=u_1\cdot r^{3-1}=u_1\cdot r^2$
   Thay các giá trị vào ta có: $u_3=3\cdot 2^2=3\cdot 4=12$. **Chọn đáp án C**

Câu 3:

Để giải bài toán này, ta có thể thực hiện các bước sau:

1. Tính tần suất (số học sinh) trong mỗi khoảng điểm: Dễ dàng thấy rằng tổng số học sinh là 200, với phân bố cụ thể trong các khoảng điểm đã cho.
2. Tính trung bình cộng của từng khoảng điểm:
   - Khoảng điểm [2;4). Trung bình là $\frac{2+4}{2}=3$
   - Khoảng điểm [4;6). Trung bình là $\frac{4+6}{2}=5$
   - Khoảng điểm [6;8). Trung bình là $\frac{6+8}{2}=7$
   - Khoảng điểm [8;10]. Trung bình là $\frac{8+10}{2}=9$

3. Tính điểm trung bình của toàn bộ lớp:
   - Điểm trung bình của toàn bộ lớp được tính bằng cách tính trung bình có trọng số. Ta có: $ĐTB = \dfrac{10\times3+30\times5+60\times7+100\times9}{200} = 7{,}5$

Điểm trung bình của toàn bộ lớp là 7,5. **Chọn đáp án A.**

Câu 4:

Để giải phương trình $\log_5(x-1)<10$ và cho ra kết quả trong khoảng, ta làm như sau:

1. Chuyển phương trình từ dạng logarit sang mũ

   Phương trình $\log_5(x-1)<10$ có thể chuyển thành: $x-1<5^{10}$
2. Ta có: $5^{10}=9{,}765{,}625$. Ta có: $x-1<9{,}765{,}625 \Leftrightarrow x<9{,}765{,}625+1=9{,}765{,}626$
3. Điều kiện xác định. Do logarit chỉ xác định khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là $1<x<9{,}765{,}626$. **Chọn đáp án C**

Câu 5:

Để giải bài tập này, ta cần phân tích đồ thị của hàm số *y = f(x)* và xác định các khoảng mà hàm số nghịch biến, đồng biến hay có tính chất đặc biệt. Dựa trên đồ thị, ta có thể làm theo các bước sau:

1. Xác định khoảng hàm số đồng biến: Khi đạo hàm *f'(x)* > 0*,* hàm số đồng biến. Quan sát đồ thị, nếu đường cong tăng trên khoảng nào thì hàm số đồng biến trên khoảng đó.
2. Xác định khoảng hàm số nghịch biến: Khi đạo hàm *f'(x)* < 0, hàm số nghịch biến. Quan sát đồ thị, nếu đường cong giảm trên khoảng nào thì hàm số nghịch biến trên khoảng đó.
3. Xác định các điểm cực trị và thay đổi dấu đạo hàm: Điểm cực trị (tức là điểm mà đạo hàm thay đổi dấu) sẽ là các điểm mà đồ thị có sự chuyển hướng từ tăng sang giảm hoặc ngược lại.
4. Phân tích từ đồ thị:
   - Đồ thị cho thấy hàm số có một điểm cực đại tại $x=-2$, nơi đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.
   - Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2,\infty)$.
   - Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty,-2)$ và $(-\frac{1}{2};0)$
   - Từ đồ thị, ta có thể nhận thấy các khoảng mà hàm số nghịch biến hoặc đồng biến.

Vậy hàm số không nghịch biến trên khoảng (1;2), mà thay vào đó, hàm số có giá trị không thay đổi tại đó. **Chọn đáp án D**

Câu 6:

Dựa trên các thông tin về hình lập phương $ABCD.A'B'D'D$ với cạnh dài 2a, ta sẽ tính toán vectơ $\overrightarrow{A'C}$ và $\overrightarrow{AC}$ để xác định khẳng định đúng.

1. Vị trí của các điểm trong hình lập phương:

   Giả sử các đỉnh của hình lập phương có tọa độ như sau:

   $A(0,0,0);B(2a,0,0);C(2a,2a,0);D(0,2a,0)$

   $A'(0,0,2a);B'(2a,0,2a);C'(2a,2a,2a);D'(0,2a,2a)$
2. Tính các vectơ:

   $\overrightarrow{A'C}=(2a,2a,0)-(0,0,2a)=(2a,2a,-2a)$

   $\overrightarrow{AC}=(2a,2a,0)-(0,0,0)=(2a,2a,0)$
3. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{A'C}\cdot\overrightarrow{AC}=(2a)\cdot(2a)+(2a)\cdot(2a)+(-2a)\cdot(0)=4a^2+4a^2=8a^2$

   Vậy khẳng định đúng là $\overrightarrow{A'C}\cdot\overrightarrow{AC}=a^2\sqrt{2}$. **Chọn đáp án B**

Câu 7:

1. Thể tích của hình chóp được tính bằng công thức: $V = \frac{1}{3} \times S_{đáy} \times h$
2. Áp dụng công thức, ta có:
    - Diện tích đáy $S_{đáy} = 3a^2$
    - Chiều cao $h = 6a$
3. Thay các giá trị vào công thức: $V = \frac{1}{3} \times 3a^2 \times 6a = \frac{1}{3} \times 18a^3 = 6a^3$. **Chọn đáp án B.**

Câu 8:

1. Tính đạo hàm y' của hàm số: $y' = 3x^2 - 6x - 9$
2. Tìm nghiệm của phương trình đạo hàm bằng 0 để xác định các điểm cực trị:
   $3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
3. Giải phương trình bậc 2:
   $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$
   Ta có 2 nghiệm là: $x = 3; x = -1$
4. Kiểm tra các giá trị tại các điểm $x = -2; x = 2; x = -1$ (vì $x = 3$ không thuộc đoạn $[-2;2]$)
    - Tính giá trị hàm số tại $x = -2 \Leftrightarrow y = 2$
    - Tính giá trị hàm số tại $x = 2 \Leftrightarrow y = -18$
    - Tính giá trị hàm số tại $x = -1 \Leftrightarrow y = 9$
5. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm trên đoạn [-2;2] là $y(2) = -18$.
   Vậy $m = -18$. **Chọn đáp án D**

Câu 9:
Để tìm nguyên hàm của hàm số, ta tách thành hai phần và tính nguyên hàm của mỗi phần:

1. Nguyên hàm của $4^x = \frac{4^x}{\ln 4}$
2. Nguyên hàm của $\cos x = \sin x$

Nguyên hàm của $f(x) = 4^x + \cos x$ là: $F(x) = \frac{4^x}{\ln 4} + \sin + C$

Do $\ln 4 = 2\ln 2 \Leftrightarrow F(x) = \frac{4^x}{2\ln 2} + \sin x + C \Leftrightarrow \frac{2^x}{\ln 2} - \sin x$. **Chọn đáp án B**

Câu 10:
Dựa vào Hình 3, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \mathrm{d}x$. **Chọn đáp án D**

Câu 11: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $\sqrt{6,25} = 2,5$. **Chọn đáp án A**

Câu 12:

Ta có: $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 4 - 3 = 1$. **Chọn đáp án B**

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	**Câu 2**	**Câu 3**	**Câu 4**
a) S	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) S

Câu 1:

a) Sai.

Một vectơ chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$.

b) Sai.

Một vectơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_2 = (-1;-2;2)$.

c) Đúng.

Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$, $\vec{u}_2 = (-1;-2;2)$ là

$$\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1.\vec{u}_2}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|} = \frac{2.(-1)+1.(-2)+(-2).2}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}.\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{-8}{3.3} = -\frac{8}{9}.$$

d) Sai.

Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) bằng $27°$.

Câu 2:

a) Sai: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$

b) Sai: Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

c) Đúng: Kẻ đường thẳng $y = 2$ đi qua điểm $(0;2)$ và song song với Ox thì đường thẳng này cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt.

d) Đúng: Từ bảng biến thiên ta có: $\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(0) = 4 \\ f'(-2) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -1; b = -3; c = 0; d = 4$

Vậy có đúng hai số âm trrong bốn số trên

Câu 3:

Xét các biến cố: A: "Chọn được người bị bệnh tiểu đường"; B: "Chọn được người bị bệnh huyết áp cao".

Khi đó, $P(A) = 0,4; P(\overline{A}) = 0,6; P(B \mid A) = 0,7; P(B \mid \overline{A}) = 0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B) = P(A).P(B \mid A) + P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A}) = 0,4.0,7 + 0,6.0,25 = 0,43$.

Câu 4:

a) Sai: $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ là 4 vectơ không đồng phẳng

b) Đúng: $|\overrightarrow{SA}| = |\overrightarrow{SB}| = |\overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{SD}|$

c) Đúng: Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5.10 = 50\,N$

d) Sai: Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều => $SA = SB = SC = SD$ mà $\widehat{ASC} = 60^\circ$

Vậy tam giác SAC đều. Gọi O là trung điểm AC.

Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} + 2\overrightarrow{SO} = 4\overrightarrow{SO}$

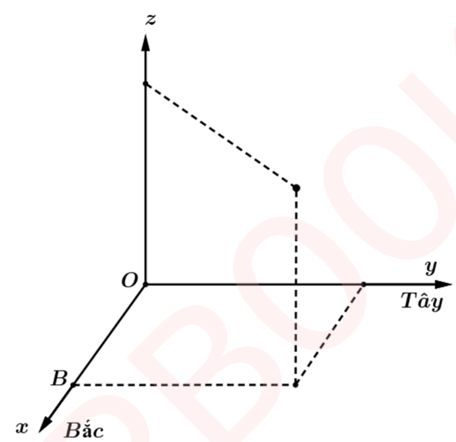
Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\overrightarrow{SO}=\vec{P}$ hay $4SO=P \Leftrightarrow SO=12,5$

Xét tam giác đều SAC có $SA=\frac{\sqrt{3}}{2}SO=\frac{25\sqrt{3}}{4}$. Vậy độ lớn của lực căng sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{4}N$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	220	3739	75	718	18	142

Câu 1: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ $(-100;-80;1)$.

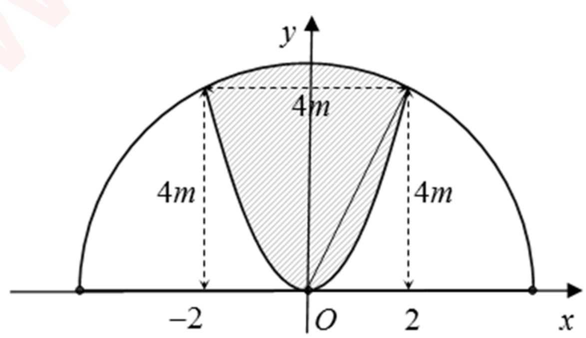
Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ $(70;60;0,8)$.

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là:

$\sqrt{(-100-70)^2+(-80-60)^2+(1-0,8)^2}\approx 220(km)$

Đáp số: 220

Câu 2:



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là $R=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

Phương trình của nửa đường tròn (C) là: $x^2+y^2=20, y\geq 0 \Rightarrow y=\sqrt{20-x^2}$.

Parabol (P) có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $(2;4)$ nên có phương trình: $y=x^2$.

Diện tích phần tô màu là: $S_1=\int\limits_{-2}^{2}\left[\sqrt{20-x^2}-x^2\right]\mathrm{d}x\approx 11,94\left(m^2\right)$.

Diện tích phần không tô màu là: $S_2=\frac{1}{2}.\pi.\left(2\sqrt{5}\right)^2-S_1\approx 10\pi-11,94\left(m^2\right)$.

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là

$150.11,94+100.(10\pi-11,94)\approx 3739$.

Đáp số: 3739

Câu 3:

Gọi x (nghìn VNĐ) là số tiền công ty sẽ tăng thêm đối với một khách. Khi đó số khách sẽ giảm đi là $50x$ khách nên còn $10.000-50x$ khách. Khi đó, $10.000-50x>0\Leftrightarrow x<200$.

Khi đó số tiền thu được sau khi tăng giá vé là $f(x)=(50+x)(10.000-50x)$.

Ta có $f(x)=50(50+x)(200-x)\le 50\left(\frac{50+x+200-x}{2}\right)^2=781250$ (nghìn VNĐ).

Vậy số tiền thu được tăng thêm lớn nhất là $781250-50\times 10.000=281.250$ nghìn VNĐ khi $50+x=200-x\Leftrightarrow x=75$ nghìn VNĐ.

Đáp số: 75

Câu 4:

Đặt $BX=x(\text{ km})$, ta có: $AX=0,8-x(\text{ km})$; $XC=\sqrt{(0,4)^2+x^2}=\sqrt{0,16+x^2}(\text{ km})$.

Xét hàm số: $T(x)=\frac{0,8-x}{30}+\frac{\sqrt{0,16+x^2}}{6}=\frac{1}{30}\left(0,8-x+5\sqrt{0,16+x^2}\right)(0\le x<0,8)$.

Ta có: $T'(x)=\frac{1}{30}\left(-1+\frac{5x}{\sqrt{0,16+x^2}}\right), T'(x)=0\Rightarrow 5x=\sqrt{0,16+x^2}$.

Bình phương hai vế phương trình ta được $0,16+x^2=25x^2\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{6}}{30}$. Vì $0<x<0,8$ nên $x=\frac{\sqrt{6}}{30}$.

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ là:

x	0		$\frac{\sqrt{6}}{30}$		$0,8$
$T'(x)$		$-$	0	$+$	
$T(x)$	$\frac{7}{75}$	$\searrow$	$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$ khi $AX=0,8-\frac{\sqrt{6}}{30}\approx 0,718(\text{ km})=718(\text{ m})$.

Đáp số: 718

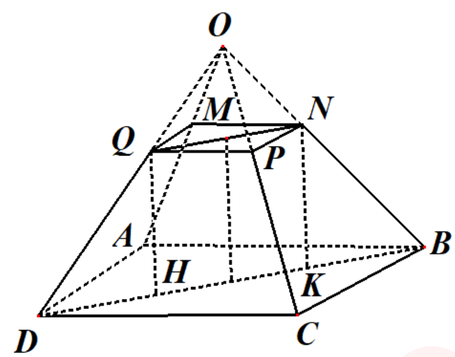
Câu 5:

Gọi u_n (ngìn đồng) là số tiền mà mỗi người lao động có được sau ngày đi làm thứ $n\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$, có $u_1=110$ và $u_{n+1}=u_n+20$ với n là số nguyên dương nên tổng số tiền mà mỗi người lao động có được sau n ngày đi làm là:

$$S_n=\frac{(u_1+u_n)n}{2}=\frac{\left[110+110+(n-1).20\right].n}{2}=10\left(n^2+10n\right).$$

Suy ra $S_n \geq 5000 \Leftrightarrow 10\left(n^2+10n\right) \geq 5000 \Leftrightarrow n^2+10n-500 \geq 0 \Rightarrow n \geq -5+5\sqrt{21} \approx 17,9.$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên mỗi lao động phải làm cho công ty ít nhất 18 ngày để có được ít nhất 5 triệu đồng.
Đáp số: 18.
Câu 6:
Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cụt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \,//\, NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \dfrac{BD-HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cụt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2. Thể tích của khối chóp cụt đều bằng.

$$V = \frac{1}{3}.\sqrt{14}.\left(36+\sqrt{36.16}+16\right) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là: $\dfrac{76\sqrt{14}}{3}.1\,500\,000 \approx 142\,182\,980$ (đồng) ≈ 142 (triệu đồng)
Đáp số: 142