

ĐỀ TOÁN 7
ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Trắc nghiệm

| | | | | | | | | | | | | |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| ĐA | A | C | D | C | B | C | B | C | B | C | B | B |

Câu 1. Nghiệm tổng quát của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có hai nghiệm trong khoảng $[0, 2\pi)$: $x_1 = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$, $x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

Nghiệm tổng quát:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$
 . **Chọn đáp án A**

Câu 2. Ta có hàm số $y = 8\cos x + 4 = 0$.

Giá trị lớn nhất của $\cos x = 1$ và giá trị nhỏ nhất của $\cos x = -1$

Khi $\cos x = 1$, giá trị lớn nhất hàm số y đạt được là: $y_{\max} = 8(1) + 4 = 12$

Khi $\cos x = -1$, giá trị nhỏ nhất hàm số y đạt được là: $y_{\min} = 8(-1) + 4 = -4$

Như vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 8(1) + 4 = 12$. **Chọn đáp án C**

Câu 3. Công thức áp dụng: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Thay $n = 12$, $u_1 = 9$, $q = 2$ vào công thức ta có: $u_{12} = 9 \cdot 2^{12-1} = 9 \cdot 2^{11}$

Trong đó: $2^{11} = 2048$, như vậy ta có: $u_{12} = 9 \cdot 2048 = 18432$. **Chọn đáp án D**

Câu 4. Thay $x = 1$ vào biểu thức, ta có: $\frac{x^2 - 2}{x^2 - 6x + 3}$ khi $x = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2 - 2}{x^2 - 6x + 3} = \frac{1^2 - 2}{1^2 - 6 \cdot 1 + 3} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$. **Chọn đáp án C**

Câu 5. Hàm số $y = \ln(7x - 5)$. Đạo hàm của $y = \ln(u)$ với u là hàm của x được tính bằng công thức

như sau: $y' = \frac{u'}{u}$ Ta có: $u = 7x - 5 \Rightarrow u' = \frac{d}{dx}(7x - 5) = 7$.

Như vậy, đạo hàm của y là: $y' = \frac{u'}{u} = \frac{7}{7x - 5}$. **Chọn đáp án B**

Câu 6. Bất phương trình có dạng $\log_a(u) > b$, $a \in (0, 1)$ được giải như sau: $u < a^b, u > 0$

Áp dụng vào bất phương trình, ta có: $a = \frac{2}{3}$, $u = x - 3$, $b = 1$

Theo quy tắc, vì $a = \frac{2}{3} \in (0, 1)$ nên bất phương trình trở thành: $x - 3 < \left(\frac{2}{3}\right)^1$

Tính giá trị cụ thể: $x - 3 < \frac{2}{3} \Leftrightarrow x < 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$ với $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

Kết hợp lại ta có kết quả: $3 < x < \frac{11}{3}$. **Chọn đáp án C**

Câu 7. Do đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow d < 0$

Giao điểm của đồ thị và trục tung có tung độ $\frac{c}{d} < 0 \Rightarrow c > 0$. Hệ số góc của tiệm cận xiên là a . Mặt

khác, từ hình vẽ hệ số góc của tiệm cận xiên là dương nên $a > 0$. Vì vậy ta có:

$$y' = \frac{ax^2 - 2adx + bd - c}{(x+d)^2} \text{ và hai điểm cực trị của hàm số có giá trị dương.}$$

$$\text{Suy ra: } x_1, x_2 = \frac{bd-c}{a} > 0 \Rightarrow bd-c > 0 \Rightarrow bd > c \Rightarrow b < 0$$

Vậy có 2 số có giá trị dương trong các số a, b, c, d . **Chọn đáp án B**

Câu 8. Điểm A' đối xứng với $A(a;b;c)$ qua trục Oy có tọa độ $(-a;b;-c)$. Áp dụng công thức tính

$$\text{khoảng cách giữa hai điểm A, B: } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Theo đó, B đối xứng với A qua Oy nên $B(5;2;-3)$.

$$AB = \sqrt{(5+5)^2 + (2-2)^2 + (-3-3)^2} = 2\sqrt{34}. \text{ Chọn đáp án C}$$

Câu 9:

1. Đường chiếu của SB lên mặt phẳng đáy:

- Trong mặt phẳng $(ABCD)$, điểm B được chiếu vuông góc xuống đáy tại chính B (vì SA vuông góc với đáy).

- Do đó, đường chiếu của SB trên $(ABCD)$ chính là đoạn AB .

2. Xác định góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$:

- Góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SB và đường chiếu của nó trên mặt phẳng đáy, tức là góc \widehat{SBA}

3. Tính toán góc \widehat{SBA} :

- Tam giác SAB là tam giác vuông tại A (vì $SA \perp (ABCD)$).

- Các cạnh của tam giác SAB :

$$SA = a\sqrt{3}; \quad AB = a \Rightarrow SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$$

- Như vậy, \widehat{SBA} có kết quả là: $\cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Chọn đáp án B

Câu 10.

1. Xác định giá trị giữa các khoảng thời gian: Trung bình mỗi khoảng được tính là trung bình

$$\text{cộng của cận trên và cận dưới: Giá trị giữa} = \frac{\text{Cận dưới} + \text{Cận trên}}{2}$$

\Rightarrow Kết quả trung bình các khoảng cho ra là: 15, 25, 35, 45, 55, 65

2. Nhân giá trị giữa với số học sinh tương ứng (tần suất):

$$\text{Tổng sản phẩm} = \text{Giá trị giữa} \times \text{Số học sinh}$$

$$\Rightarrow \text{Tổng sản phẩm} = 75 + 250 + 420 + 675 + 330 + 455 = 2205$$

3. Tổng số học sinh là 55 \Rightarrow Thời gian trung bình = $\frac{2205}{55} = 40$ phút. **Chọn đáp án C**

Câu 11.

1. Vì tam giác $\triangle ABC$ là tam giác cân tại A, cạnh góc vuông $AB = AC = a$.

$$\text{Diện tích đáy } \triangle ABC \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$$

2. Chiều cao của lăng trụ là $h = A'B = 2a$

3. Thể tích khối lăng trụ: $V = S_{\triangle ABC} \times h \Rightarrow V = \frac{a^2}{2} \cdot 2a = a^3$. **Chọn đáp án B**

Câu 12. Ta có: $\overline{BO} = \overline{BM} + \overline{MO} = \frac{1}{2}(\overline{BD} + \overline{CC'}) = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'})$. **Chọn đáp án B**

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 |
|-------|-------|-------|-------|
| a) Đ | a) Đ | a) Đ | a) S |
| b) S | b) S | b) Đ | b) Đ |
| c) S | c) S | c) S | c) Đ |
| d) Đ | d) Đ | d) S | d) Đ |

Câu 1:

1. a) Đúng. Theo quy tắc ba điểm, ta có

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CD} = \overline{AD} + (\overline{CD} + \overline{DB}) = \overline{AD} + \overline{CB}$$

2. b) Sai. Do AB, AC, AD đôi một vuông góc nên ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \overline{AB} = 0$

3. c) Sai Vì M là trung điểm BC nên ta có:

$$\overline{AM} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot (\overline{AD} - \overline{AB}) = \frac{1}{2}(0 - 1 + 0 - 0) = \frac{-1}{2}$$

4. d) Đúng Vì $AM = \frac{\sqrt{2}}{2}, BD = \sqrt{2}$. Suy ra $\cos(\overline{AM}, \overline{BD}) = \frac{\overline{AM} \cdot \overline{BD}}{|\overline{AM}| \cdot |\overline{BD}|} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$

Câu 2:

a) Đúng

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = -1$

Tiệm cận đứng của hàm phân thức xảy ra khi mẫu số bằng 0 và tử số khác 0, ta có:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Tại $x = -1$, ta có: $x^2 + 2x - 3 = (-1)^2 + 2(-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4 \neq 0$

b) Sai

Để xác định số điểm cực trị, ta tính đạo hàm: $y' = \frac{(2x+2) \cdot (x+1) - (x^2+2x-3)(1)}{(x+1)^2}$

$$\text{Tử số} = (2x+2)(x+1) - (x^2+2x-3)$$

$$\text{Khai triển: } (2x+2)(x+1) = 2x^2 + 2x + 2x + 2 = 2x^2 + 4x + 2$$

Tử số = $2x^2 + 4x + 2 - (x^2 + 2x - 3) = x^2 + 2x + 5$. Đây là phương trình bậc hai có nghiệm nhỏ hơn 0 (không có nghiệm). Vậy hàm số y' không đổi dấu và hàm số không có cực trị.

c) Sai

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

$$\text{Dựa vào kết quả đạo hàm: } y' = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2}$$

Tử số $x^2 + 2x + 5 > 0$, vì $\Delta = 2^2 - 4(1)(5) = -16 < 0$. Mẫu số $(x+1)^2 > 0, x \neq -1$

Do đó: $y' > 0, x \neq -1$

d) Đúng

M là điểm bất kỳ thuộc đồ thị C. Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị C bằng $\sqrt{2}$.

Tiệm cận đứng: $x = -1$

Tiệm cận xiên: $\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1} = x + 1 + \frac{-4}{x + 1}; y = x + 1$

Khoảng cách từ $M(x_0, y_0)$ đến tiệm cận đứng $x = -1$ là: $d_1 = |x_0 + 1|$

Khoảng cách từ $M(x_0, y_0)$ đến tiệm cận đứng $y = x + 1$ là: $d_2 = \frac{|y_0 - (x_0 + 1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{y_0 - x_0 - 1}{\sqrt{2}}$

Tích khoảng cách $d_1 \cdot d_2 = |x_0 + 1| \cdot \frac{|y_0 - x_0 - 1|}{\sqrt{2}}$.

Câu 3:

a) Đúng

Theo định nghĩa, $f(x)$ là nguyên hàm của $f'(x)$ vì: $f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$

b) Đúng

Tìm $f(x)$: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (8x^3 + \sin x) dx = 2x^4 - \cos x + C_1$.

Với $f(0) = 3 \Rightarrow f(0) = 2(0)^4 - \cos(0) + C_1 = -1 + C_1 = 3 \Rightarrow C_1 = 4$.

Vậy nên $f(x) = 2x^4 - \cos x + 4$.

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 4) dx = \frac{2x^5}{5} - \sin x + 4x + C_2$.

Với $F(0) = 2 \Rightarrow F(0) = \frac{2(0)^5}{5} - \sin(0) + 4(0) + C_2 = C_2 = 2$.

Nên: $F(1) = \frac{2(1)^5}{5} - \sin(1) + 4(1) + 2 = \frac{2}{5} - \sin 1 + 4 + 2 = \frac{32}{5} - \sin 1$.

c) Sai. $f(x) = 2x^4 - \cos x + 4, 4 \neq 3$

d) Sai. $\int f(x) dx = \frac{2}{5} x^5 - \sin x + 3x + C$

Theo ý trên ta có: $\int f(x) dx = \frac{2x^5}{5} - \sin x + 4x + C, 3x \neq 4x$

Câu 4:

a) Sai

Số học sinh học tốt môn Toán là 56% ($P(\text{Toán}) = 0,56$).

Vì vậy xác suất $P(\text{Toán}) = 0,56 \neq 0,52$

b) Đúng

Dùng công thức xác suất bổ sung: $P(\text{Không tốt môn nào}) = 1 - P(\text{Toán hoặc Anh})$

$P(\text{Toán hoặc Anh}) = P(\text{Toán}) + P(\text{Anh}) - P(\text{Toán và Anh})$

Thay số $P(\text{Toán hoặc Anh}) = 0,56 + 0,52 - 0,18 = 0,90$

Vậy $P(\text{Không tốt môn nào}) = 1 - 0,90 = 0,10$

c) Đúng

$P(\text{Toán hoặc Anh}) = P(\text{Toán}) + P(\text{Anh}) - 2 \cdot P(\text{Toán và Anh})$

$P(\text{Toán hoặc Anh}) = 0,56 + 0,52 - 2 \cdot 0,18 = 0,72$

d) Đúng

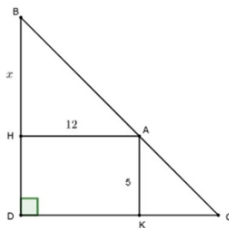
Ta có: $P(\text{Không tốt môn nào}) = \frac{\text{Số học sinh không tốt môn nào}}{\text{Tổng số học sinh}}$

Thay số: $0,10 = \frac{5}{n} \Rightarrow n = \frac{5}{0,10} = 50$

PHẦN III. Trả lời ngắn

| | | | | | | |
|--------|-----|---|----|-----|-----|----|
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Đáp số | 120 | 0 | 25 | 127 | 250 | -6 |

Câu 1:



Ta mô hình hóa bài toán đã cho như hình trên với H, K lần lượt là hình chiếu của A lên bờ dọc BD và bờ ngang CD . Khi đó, theo bài ra có $AH = 12m, AK = 5m$.

Suy ra: $DK = AH = 12m, DH = AK = 5m$

Đặt $BH = x$ ($m, x > 0$). Ta có: $AH \parallel BC, AK \parallel DH$ nên $\frac{BH}{HD} = \frac{BA}{AC} = \frac{DK}{KC}$

$$\text{Suy ra: } KC = \frac{HD \cdot DK}{BH} = \frac{5 \cdot 12}{x} = \frac{60}{x}.$$

$$\text{Diện tích khu nuôi cá riêng là: } S = \frac{1}{2} BD \cdot DC = \frac{1}{2} (x + 5) \left(\frac{60}{x} + 12 \right) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \text{ (m}^2\text{)}$$

Xét hàm số $S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$ với $x \in (0; +\infty)$

$$\text{Ta có: } S'(x) = 6 - \frac{150}{x^2} = \frac{6x^2 - 150}{x^2}; (0; +\infty) \Rightarrow S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Bảng biến thiên như sau:

Từ bảng biến thiên, ta có $\min_{(0; +\infty)} S(x) = 120$.

Hoặc có thể dùng bất đẳng thức như sau:

$$S = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} + 60 = 120$$

Vậy đáp án là 120

| | | | | | |
|---------|-----------|-----|---|-----|-----------|
| x | 0 | | 5 | | $+\infty$ |
| $S'(x)$ | | - | 0 | + | |
| $S(x)$ | $+\infty$ | ↘ ↗ | | 120 | $+\infty$ |

Bài 2:

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$. Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C)$ suy ra tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là:

$$y = \frac{-1}{(x_0-1)^2} (x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0-1}$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của (C) .

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$. Nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C) . Suy ra

$I(1; 2)$.

Điểm $A\left(1; \frac{2x_0}{x_0-1}\right)$ là giao điểm của tiệm cận đứng và tiếp tuyến, điểm $B(2x_0-1; 2)$ là giao điểm của tiệm cận ngang và tiếp tuyến. Ta có chu vi của tam giác IAB bằng:

$$IA + IB + AB = \frac{2}{|x_0-1|} + 2|x_0-1| + \sqrt{4(x_0-1)^2 + \frac{4}{(x_0-1)^2}}$$

Áp dụng bất đẳng thức, ta có: $IA + IB + AB \geq 2\sqrt{4} + \sqrt{4 \cdot 2} = 4 + \sqrt{8}$

Đẳng thức xảy ra khi $|x_0-1|=1 \Leftrightarrow x_0=0$ hoặc $x_0=2$.

Vậy chu vi tam giác IAB đạt giá trị nhỏ nhất bằng $4 + \sqrt{8} \Leftrightarrow M \begin{cases} (0;1) \\ (2;3) \end{cases}$

Suy ra $a=4, b=8$ nên $a-b+4=0$

Vậy đáp án là 0

Bài 3:

E là trung điểm CD , có tọa độ E là: $E\left(0; \frac{10}{2}; 0\right) = (0; 5; 0)$

M nằm trên AD , ta có: $M(0, 0, m), m \in [0; 10]$

N nằm trên AA' , ta có: $N(0, 0, n), n \in [0; 10]$

B' có tọa độ: $B'(10; 0; 10)$

Tổng độ dài dây điện được chia làm 3 đoạn: $d_{total} = d(E, M) + d(M, N) + d(N, B') = 25m$

Tính các đoạn:

$$d(E, M) = \sqrt{(0-0)^2 + (5-0)^2 + (0-m)^2} = \sqrt{5^2 + m^2} = \sqrt{25 + m^2}$$

$$d(M, N) = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (m-n)^2} = |m-n|$$

$$d(N, B') = \sqrt{(0-10)^2 + (0-0)^2 + (n-10)^2} = \sqrt{10^2 + (n-10)^2} = \sqrt{100 + (n-10)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Tổng độ dài: } d_{total} &= \sqrt{25 + m^2} + |m-n| + \sqrt{100 + (n-10)^2} \\ &\Rightarrow \sqrt{25 + m^2} + |m-n| + \sqrt{100 + (n-10)^2} = 25 \end{aligned}$$

Vậy đáp án là $\approx 6.06m$

Bài 4:

1. Tổng số cách chọn bóng:

○ Từ hộp thứ nhất: Có 10 quả bóng, chọn 1 quả: 10 cách

○ Từ hộp thứ hai: Có 15 quả bóng, chọn 1 quả: 15 cách

○ Tổng số cách chọn: $10 \cdot 15 = 150$.

2. Số trường hợp loại bỏ (quả bóng có số 2 hoặc 5):

○ Hộp thứ nhất: Có 10 quả bóng, loại bỏ các quả bóng mang số 2 hoặc số 5. Số bóng hợp lệ còn lại: $10 - 2 = 8$ bóng.

○ Hộp thứ hai: Có 15 quả bóng, loại bỏ các quả bóng mang số 2 hoặc số 5. Số bóng hợp lệ còn lại: $15 - 2 = 13$ bóng.

○ Chọn 1 quả từ 8 quả trong hộp thứ nhất và 1 quả từ 13 quả trong hộp thứ hai: $8 \cdot 13 = 104$ cách.

3. Xác suất:

○ Xác suất để không có quả bóng nào mang số 2 hoặc số 5: $\frac{104}{150}$

- Rút gọn phân số: $\frac{104}{150} = \frac{52}{75}$
- 4. Tính $a + b$:
 - Phân số tối giản là $a = 52$ và $b = 75$
 - $a + b = 52 + 75 = 127$

Vậy đáp án là 127

Bài 5:

Công thức: $A = P \cdot (1+r)^t$

trong đó:

- A : Số tiền có được sau t năm (300 triệu),
- P : Số tiền gửi ban đầu (cần tính),
- r : Lãi suất ($6,5\% = 0,065$),
- t : Thời gian gửi (3 năm).

Thay số: $300 = P \cdot (1+0,065)^3$

Ta có: $(1+0,065)^3 = 1,065^3 \approx 1,207$. Do đó: $300 = P \cdot 1,207$.

Tính $P = \frac{300}{1,207} \approx 248,59 \approx 250$ (Làm tròn)

Vậy đáp án là 250.

Bài 6:

Công thức đạo hàm của phân thức, ta có: $y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Ở đây: $u = x + 7 \rightarrow u' = 1$; $u = x + 3 \rightarrow u' = 1$

Thay vào công thức ta có: $y' = \frac{(1)(x+3) - (x+7)(1)}{(x+3)^2} = \frac{x+3-x-7}{(x+3)^2} = \frac{-4}{(x+3)^2}$

Giải phương trình với $y' = 4$, ta có: $\frac{-4}{(x+3)^2} = -4$

Nhân cả 2 vế với mẫu số, điều kiện $x \neq -3$: $-4 = -4(x+3)^2 \Rightarrow 1 = (x+3)^2$

phương trình có 2 nghiệm là -2 và -4 và có tổng là -6

Vậy đáp án là -6