ĐỀ TOÁN 3

ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	C	C	D	A	A	D	D	B	D	A

Câu 1:

Bất phương trình: $\sqrt{x^2-x+1}$ - $\sqrt{x^2+x+1} \le 0$.

Chuyển vế: $\sqrt{x^2-x+1} \le \sqrt{x^2+x+1}$.

Bình phương hai bên (do cả hai căn đều không âm):
$x^2-x+1 \le x^2+x+1 \Leftrightarrow -x \le x \Leftrightarrow 0 \le 2x \Leftrightarrow x \ge 0$.

Không có ràng buộc gì khác (hai biểu thức dưới căn luôn dương với mọi x, vì $x^2 \pm x+1$ không thể âm). Do đó, nghiệm là $x \ge 0$.

Câu 2:

Hai điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$. Độ dài:

$$AB=\sqrt{(4-1)^2+(5-2)^2+(6-3)^2}=\sqrt{3^2+3^2+3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}.$$

So với 4 đáp án:

- A) $\sqrt{27}$ (bằng $3\sqrt{3}$)
- B) 6
- C) $3\sqrt{3}$
- D) 9

"$\sqrt{27}$" và "$3\sqrt{3}$" **thực chất bằng nhau**. Đáp án chuẩn thường viết $3\sqrt{3}$. Tương ứng **C** ($3\sqrt{3}$) trùng với $\sqrt{27}$.

Câu 3:

Phương trình lượng giác: $\cos(2x)-\sin(x)=0 \;\Leftrightarrow\; \cos(2x)=\sin(x)$.

Nhắc lại: $\cos(2x)=1-2\sin^2(x)$, hoặc $\cos(2x)=\cos^2(x)-\sin^2(x)$. Ta có thể dùng:

$\cos(2x)=\sin(x) \Rightarrow 1\text{-}2\sin^2(x)=\sin(x)$, (khai thác $\cos(2x)=1-2\sin^2(x)$):

$1-2\sin^2(x)-\sin(x)=0 \Rightarrow 2\sin^2(x)+\sin(x)\text{-}1=0$.

Đặt $t=\sin(x)$, ta có: $2t^2+t-1=0$.

Giải: $\Delta=1^2-4\cdot2\cdot(-1)=1+8=9 \Rightarrow t=\dfrac{-1\pm3}{4}$. => $t_1=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}, t_2=\dfrac{-4}{4}=-1$.

Vậy $\sin(x)=\frac{1}{2}$ hoặc $\sin(x)=-1$.

Trên đoạn $[0;2\pi]$:

- $\sin(x)=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{\pi}{6}$ hoặc $x=\frac{5\pi}{6}$.
- $\sin(x)=-1 \Rightarrow x=\frac{3\pi}{2}$.

Tổng cộng 3 nghiệm: $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{3\pi}{2}$.

Câu 4:

Hàm số $f(x)=\frac{x-1}{x+2}$.

- Tiệm cận đứng: $x+2=0 \Rightarrow x=-2$.
- Tiệm cận ngang: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x-1}{x+2}\approx 1$.

Vậy 2 tiệm cận: $x=-2$ (đứng), $y=1$ (ngang).

Phương án:

- A) $x=-2$ — đúng là tiệm cận đứng.
- B) $y=1$ — đúng là tiệm cận ngang.
- C) $y=-1$ — không phải.
- D) "Không có tiệm cận nào khác ngoài 2 đáp án ở trên" — thực ra ta đã thấy 2 đáp án "x=-2" và "y=1" là đúng, C là sai ⇒ câu hỏi "đường thẳng nào **không** là tiệm cận?" thì C ("y=-1") **không** phải tiệm cận.

Câu 5:

Bất phương trình:

$2^x > \log_2(2+x^2)$. Thử x =1;2;3 thoả mãn KL đáp án D

Câu 6:

Cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$, $d=4$.

Công thức: $u_n=u_1+(n-1)d=3+(n-1)4$. Tính $u_{15}=3+14\cdot 4=3+56=59$.

Câu 7:

Bể nước hình hộp chữ nhật, dài 3 m, rộng 2 m, cao 2 m. Nước đang cao 1,2 m. Thể tích nước = "diện tích đáy" × "chiều cao mức nước" = (3×2) × 1,2= 6×1,2= 7,2 m^3.

Câu 8:

Tam giác vuông ABC (vuông tại A), $AB=4$, $AC=3$. Cạnh BC=$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=5$. Tam giác vuông ⇒ đường tròn ngoại tiếp có đường kính = cạnh huyền BC=5 ⇒ bán kính $R=\frac{5}{2}=2,5$.

Câu 9:

Ta cần tính tích phân $I=\int_1^3 \frac{2x-1}{x^2-x+1}dx$.

$$I=\int_1^3 \frac{2x-1}{x^2-x+1}dx=\int_1^3 \frac{d(x^2-x+1)}{x^2-x+1}=\ln\left|x^2-x+1\right|\Big|_1^3=\ln 7$$

Câu 10:

Phương trình: $\log_3\left(x^2-1\right)=2-\log_3\left(x+1\right)$.

Điều kiện: $x+1>0 \Rightarrow x>-1$.

$x^2-1>0 \Rightarrow x<-1$ hoặc $x>1$

Kết hợp => "$x>1$" (bởi x>-1 và x>1 => x>1).

Biến đổi: $\log_3(x^2-1)+\log_3(x+1)=2 \Rightarrow \log_3\left[(x^2-1)(x+1)\right]=2 \Rightarrow (x^2-1)(x+1)=3^2=9$.

Triển khai: $\left(x^2-1\right)\left(x+1\right)=x^3+x^2-x-1$.

Phương trình: $x^3+x^2-x-1=9 \Leftrightarrow x^3+x^2-x-10=0$.

Tìm nghiệm. Thử nghiệm: x=2 => 8+4-2-10=0 => x=2 là nghiệm.

Chia (x^3+x^2-x-10) cho $(x-2)$ ta được: $x^3+x^2-x-10=(x-2)(x^2+3x+5)$.

- Nhóm còn lại: $x^2+3x+5=0$. $\Delta=9-20=-11<0$ ⇒ không có nghiệm thự**C.**

Vậy **x=2** là nghiệm duy nhất. Kiểm tra điều kiện x>1 => OK, x=2>1.

Có 1 nghiệm thựC.

Câu 11:

Khối lăng trụ đứng có đáy tam giác đều cạnh 6, chiều cao 10. Thể tích = "diện tích tam giác đáy" × "chiều cao."

- Diện tích tam giác đều cạnh 6: $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 36=9\sqrt{3}$.
- Nhân 10 => $9\sqrt{3}\times 10=90\sqrt{3}$.

Phương án:

- A) $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2\times 10=90\sqrt{3}$.
- B) $\frac{6^2}{2}\times 10=180$ => là diện tích tam giác (3-4-5…?) sai cho tam giác đều.

- C) $6\times10=60$ => sai.
- D) $\frac{\sqrt{3}}{2}\times36\times10=180\sqrt{3}$ => gấp đôi.

Câu 12:

Mặt cầu S tâm $I(2;1;0)$, bán kính $r=3$. Điểm $M(5;1;0)$.

Khoảng cách $IM=\sqrt{(5-2)^2+(1-1)^2+(0-0)^2}=\sqrt{3^2+0+0}=3$.

Vậy $IM=r=3\Rightarrow M$ nằm trên mặt cầu.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

Câu 1:

Ô tô: $s(t)=v_0t+\frac{1}{2}at^2$. Cho $v_0=3(m/s),\ a=-1(m/s^2)$.

a) Vận tốc: $v(t)=s'(t)=3+(-1)t=3-t$. Đúng.

b) $t=3$ => $v=3-3=0$. Đúng.

c) "Gia tốc âm => ô tô chuyển động chậm dần (không phụ thuộc hướng vận tốc)." — Ta chú ý: Nếu vận tốc đang dương, gia tốc âm => chậm dần. Tuy nhiên "không phụ thuộc hướng" đôi khi sai: nếu ô tô đang có v<0 (lùi) mà a<0 thì lại tăng độ lớn tốc độ (nhanh dần âm). Nhưng bối cảnh "ô tô đi tới" => có lẽ c) ý nói "chậm dần" (theo chiều dương). Ở đây câu (c) phát biểu "không phụ thuộc hướng" => có phần sai vì nếu ban đầu $v_0>0$, a<0 => chậm dần. Nếu ban đầu v<0, a<0 => nó *nhanh dần* theo chiều âm. ⇒ (c) Sai

d) "Nếu đủ lâu, vận tốc âm => ô tô lùi lại." Tính: v(t)=3-t, khi t>3 => v<0 => nghĩa là chiều âm => lùi. Đúng.

Câu 2:

Xét hàm số bậc 3: $f(x)=x^3-3x+1$.

Ta kiểm tra các khẳng định:

a) "Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt."

Đạo hàm: $f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$.

Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm: $x=-1$ và $x=1$. Vì vậy $f(x)$ có hai điểm cực tại -1 và 1.

Tính giá trị tại hai điểm cực:

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = -1 + 3 + 1 = 3 > 0,\ f(1) = 1^3 - 3\cdot 1 + 1 = -1 < 0.$

Ta thấy f đổi dấu (từ dương sang âm) khi đi từ $x = -1$ đến $x = 1$, nên có một nghiệm trong $(-1,1)$.

Ngoài ra, do bậc 3 nên $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Khi di chuyển từ $-\infty$ đến -1, hàm đi từ $-\infty$ lên $f(-1) = 3 > 0$ $\Rightarrow$ có một nghiệm trong $(-\infty,-1)$. Từ $x = 1$ sang $+\infty$, hàm đi từ -1 đến $+\infty$ $\Rightarrow$ có thêm một nghiệm trong $(1,+\infty)$.

Vậy tổng cộng có 3 nghiệm thực riêng biệt. => Đúng

b) "$f'(x) = 3x^2 - 3$."

- Lấy đạo hàm: $\dfrac{d(x^3)}{dx = 3x^2} = 3x^2$, $\dfrac{d(-3x)}{dx} = -3$, $\dfrac{d(1)}{dx}$
- Vậy $f'(x) = 3x^2 - 3$. Hoàn toàn chính xác. => Đúng

c) "$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$."

- Với $f(x) = x^3 - 3x + 1$, khi $x \to +\infty$, do bậc 3 dương, $f(x) \to +\infty$ (không phải $-\infty$).

⇨ Sai

d) "$f(1) = 0$."

- Trực tiếp tính $f(1) = 1^3 - 3\cdot 1 + 1 = -1 \neq 0$. => Sai

Câu 3:

$P(A) = 0,5,\ P(B) = 0,5,\ P(A \cup B) = 0,8$.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,5 + 0,5 - 0,8 = 0,2.$ Đúng.

b) $P\left((A \cup B)^c\right) = 1 - 0,8 = 0,2.$ Đúng.

c) "A và B độc lập." $\Rightarrow$ $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0,25.$ Ở đây 0,2≠0,25 ⇒ Sai.

d) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0,2}{0,5} = 0,4 = \dfrac{2}{5}.$ Đúng.

Câu 4:

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 4 - 3t, \\ z = -t, \end{cases}$

Mặt phẳng $\Pi:\ x + 2y - 2z + 1 = 0$.

a) "d song song với Π." Muốn biết song song hay không, ta kiểm tra:

- Vectơ chỉ phương d: $\vec{v} = (2,-3,-1)$.

- Vectơ pháp tuyến (P): $\vec{n} = (1, 2, -2)$.

  Nếu $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow d \perp n \Rightarrow d // (P)$. Tính:

$$(2)(1) + (-3)(2) + (-1)(-2) = 2 - 6 + 2 = -2 \neq 0.$$

⇒ d không song song (P). (a) Sai.

b) “d cắt (P) tại một điểm duy nhất.” Hướng d không song song => thường cắt 1 điểm. Miễn không chứa toàn mp => “duy nhất 1 điểm.” Đúng.

c) “Giao điểm thuộc đoạn hữu hạn trên d.” Đường thẳng param $(-\infty, \infty)$, giao điểm chỉ là một điểm, *không* nhất thiết “thuộc đoạn hữu hạn,” vì tham số t có thể âm, dương => ta không biết cắt chỗ t=??? => Miễn nó tồn tại => “đoạn hữu hạn” không hề có => c) Sai.

d) Vectơ pháp tuyến (P) là $(1, 2, -2)$. Khớp với phương trình x+2y-2z+1=0 => (1,2,-2). Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2	0,91	5	-10	0,62	0,8036

Câu 1:

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x + 1.$$

Điều kiện:

$$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2.$$

$$3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3.$$

- Vế phải: x+1≥0 ⇒ x≥-1.

Tóm lại: x∈[-1,3].

$\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x + 1.$

$\sqrt{x+2} - 2 + \sqrt{3-x} - 1 = x - 2$

$(x-2)\left[\frac{1}{\sqrt{x+2}+2} - \frac{1}{\sqrt{3-x}+1} - 1\right] = 0$ do $\left[\frac{1}{\sqrt{x+2}+2} - \frac{1}{\sqrt{3-x}+1} - 1\right] > 0$.

$x = 2$

Đáp án: 2

Câu 2:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách trong thùng gồm 16 cuốn sách.

⇨ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A là biến cố "3 cuốn sách lấy ra không cùng một loại". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 cuốn sách lấy ra cùng một loại.

⇨ Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = C_5^3 + C_7^3 + C_4^3 = 49$.

⇨ Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=511$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{511}{560}=\dfrac{73}{80}\approx 0,91$.

Đáp án: 0,91

Câu 3:

Tam giác ABC vuông tại A, toạ độ A(0,0), B(6,0), C(0,8).

- Diện tích: Diện tích $=\dfrac{1}{2}\times AB\times AC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8=24$.

- Đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông: đường kính = BC.

- B(6,0), C(0,8). Tâm O là trung điểm BC => $\left(\dfrac{6+0}{2},\dfrac{0+8}{2}\right)=(3,4)$.
- Bán kính R= $\dfrac{BC}{2}=\dfrac{\sqrt{(6-0)^2+(0-8)^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{36+64}}{2}=\dfrac{\sqrt{100}}{2}=\dfrac{10}{2}=5$.

Đáp án: 5

Câu 4:

$A(1;1;10), B(4;3;1), C(3;2;5)$.

$\overrightarrow{AB}=(3;2;-9), \overrightarrow{AC}=(2;1;-5)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}2 & -9\\ 1 & -5\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-9 & 3\\ -5 & 2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}\right)=(-1;-3;-1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;-3;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$(-1).(x-1)+(-3).(y-1)+(-1).(z-10)=0 \Leftrightarrow x+3y+z-14=0$.

Suy ra $m=3$, $n=1$, $p=-14$. Vậy $m+n+p=-10$.

Đáp án: -10

Câu 5:

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 5 hành khách lên 3 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 3 cách chọn toa nên có 3^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=3^5=243$.

Gọi A là biến cố "5 hành khách bước lên tàu mà mỗi toa có ít nhất 1 hành khách". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, tức có toa không có hành khách nào bước lên tàu, có 2 khả năng sau:

**** Trường hợp thứ nhất:*** Có 2 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^2 cách.

+) Sau đó cả 5 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2.1=3$ cách.

**** Trường hợp thứ hai:*** Có 1 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn .1. trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+) Hai toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5-C_2^1.1=30$

.

Do đó trường hợp này có $C_3^1.30=90$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right)=3+90=93$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n\left(A\right)=n\left(\Omega\right)-n\left(\overline{A}\right)=243-93=150$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{150}{243}=\dfrac{50}{81}\approx 0,62$.

Đáp án: 0,62

Câu 6:

Hộp 3 cầu đỏ + 5 cầu xanh = 8 quả. Lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất "3 quả không đồng màu" = có ít nhất 1 đỏ + ít nhất 1 xanh.

Tổng số cách chọn 3 quả: $\binom{8}{3}=56$.

Đồng màu gồm: 3 đỏ hoặc 3 xanh.

- Số cách lấy 3 đỏ: $\binom{3}{3}=1$.
- Số cách lấy 3 xanh: $\binom{5}{3}=10$.
- Tổng 11 cách "đồng màu."

Vậy "không đồng màu"= 56 -11= 45.

Xác suất = $\dfrac{45}{56}=\dfrac{45}{56}$. Rút gọn = $\dfrac{45}{56}=\dfrac{5\cdot 9}{8\cdot 7}=\dfrac{45}{56}$ (không gọn hơn). Khoảng 0,8036.

Đáp án: 0,8036