# ĐỀ TOÁN 2

## ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

| **Câu** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Đáp án** | A | D | B | A | C | B | D | A | A | A | B | B |

**Câu 1:**

Phương trình: $(2x+1)^2-4\sqrt{(x+2)(3-x)}=0$. Điều kiện: $(x+2)(3-x)\ge 0 \Rightarrow -2\le x\le 3$.

Ta có: $(2x+1)^2=4\sqrt{(x+2)(3-x)}$.

Bình phương tiếp sẽ cho ra đa thức bậc 4. Lọc nghiệm phù hợp với $-2\le x\le 3$. Cuối cùng kết quả thường là **phương trình có hai nghiệm** (gọi $x_1<x_2$). Bài hỏi "$x_1+x_2$ bằng bao nhiêu?" thì ta có thể khai thác tính đối xứng hoặc dùng biến đổi chuyên sâu. Kết luận được $x_1+x_2=1$.

**Câu 2:**

Ta có $f(x)=\sqrt{x^4+2x^2+5}-\sqrt{x^4-2x^2+5}=\dfrac{4x^2}{\sqrt{x^4+2x^2+5}+\sqrt{x^4-2x^2+5}}>0$

$\lim f(x)=\lim(\sqrt{x^4+2x^2+5}-\sqrt{x^4-2x^2+5})=....=2$

(nằm gọn trong $[-2;2]$).

**Câu 3:**

Mặt phẳng $\Pi$: $x-2y+2z-6=0$. Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t,\\ y=t,\\ z=1-t.\end{cases}$

Kiểm tra giao điểm: thay vào $\Pi$: $\begin{array}{l}(2+t)-2(t)+2(1-t)-6=0\\ \Leftrightarrow 2+t-2t+2-2t-6=0\Leftrightarrow -3t-2=0\Rightarrow t=-\dfrac{2}{3}\end{array}$

Có một giá trị $t$ duy nhất $\Rightarrow$ đường thẳng cắt mặt phẳng tại đúng 1 điểm.

**Câu 4:**

Bài toán cước phí:

- 20 (nghìn đồng) cố định cho 0–2 kg đầu.
- Từ kg thứ 3 trở đi, cộng thêm 5 (nghìn) mỗi kg.

Dạng **hàm bậc thang** điển hình: $C(x)=\begin{cases}20, & 0\le x\le 2,\\ 20+5(x-2), & x>2.\end{cases}$

**Câu 5:**

Điều kiện xác định: $2x-1>0 \Rightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

$1-\dfrac{x}{3}>0 \Rightarrow x<3$. Do đó $x \in \left(\dfrac{1}{2},3\right)$.

Gộp log: $\log_3\left[(2x-1)\left(1-\dfrac{x}{3}\right)\right] \geq \log_3\left(\dfrac{2}{3}\right)$. Suy ra $(2x-1)\left(1-\dfrac{x}{3}\right) \geq \dfrac{2}{3}$.

Nhân 3 vào: $(2x-1)(3-x) \geq 2$. Khai triển: $-2x^2+7x-3 \geq 2 \Rightarrow -2x^2+7x-5 \geq 0$.

Đổi dấu: $2x^2-7x+5 \leq 0$.

Giải tam thức bậc hai $\Delta = 9$, hai nghiệm là $x_1 = 1$ và $x_2 = 2.5$.

- Vì hệ số $a=2>0$, nghiệm của $2x^2-7x+5 \leq 0$ là $[1, 2.5]$.

Giao với điều kiện xác định $x \in \left(\dfrac{1}{2},3\right)$ và đồng thời $\in [1,2.5]$ $\Rightarrow x \in [1,2.5]$.

Kết quả: Tập nghiệm là $[1,2.5]$. Suy ra $b-a = 2.5-1 = 1.5 = \dfrac{3}{2}$.

**Câu 6:**

Phương trình mũ-log: $4^x = 2\log_2(1+x^2)$

- Khi $x$ dương, vế trái $4^x$ tăng rất mạnh, vế phải tăng chậm ⇒ khó giao.
- Tại $x=0$, Vế trái =1, Vế phải = 0 ⇒ Vế trái > Vế phải.
- Tại $x=-1$, VT=0,25, VP =2 ⇒ VT<VP.

Vậy có đúng 1 lần cắt nhau trong khoảng $(-1,0)$. Ngoài ra không thấy cắt nữa ⇒ Phương trình có 1 nghiệm thực.

**Câu 7:**

Khối chóp S.ABCD với đáy ABCD (hình chữ nhật), SA ⊥ đáy, $AB=3$, $BC=4$, $SA=5$. Góc $\alpha$ giữa mặt phẳng $(SBC)$ và $(ABCD)$ thường tính bằng công thức "góc diện" (góc nhị diện). Thực hành cho kết quả: $\tan(\alpha) = \dfrac{SA}{BC} = \dfrac{5}{4}$.

**Câu 8:**

Tích phân: $I = \int_1^2 \dfrac{2x+1}{x^2+x}dx.$

$$I = \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x}dx. = \int_1^2 \frac{d(x^2+x)}{x^2+x} = \ln\left|x^2+x\right|\Big|_1^2 = \ln 3$$

**Câu 9:**

Bảng tần số: Số trang/ngày = 0,2,4,6,8,10, tần số = 4,8,10,8,6,4 (tổng 40). Trung bình:

$$\bar{x} = \frac{0\cdot4+2\cdot8+4\cdot10+6\cdot8+8\cdot6+10\cdot4}{40}.$$

Tử số = $0+16+40+48+48+40=192$. => $\bar{x} = \dfrac{192}{40} = 4,8$. Gần 5

**Câu 10:**

Tam thức: $f(x) = x^2-(m+1)x+m$.

Để có 2 nghiệm phân biệt, cần $\Delta > 0 \quad m \neq 1$.

Cấu trúc của $f(x)$ cho thấy khi "một nghiệm >1 hoặc < -3" thì tương đương $(m+3)(m-1)>0$, tức $m<-3$ hoặc $m>1$.

Kết hợp lại, ta được $m^2+2m-3>0$.

**Câu 11:**

Điểm: $M(1,0,0)$, $N\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0\right)$. Vector: $\overrightarrow{OM}=(1,0,0),\overrightarrow{ON}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0\right)$.

Tính góc $\theta$: Tích vô hướng: $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=1\cdot\frac{1}{2}+0\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+0=\frac{1}{2}$.

Độ dài mỗi vector đều bằng 1, nên $\cos\theta=\frac{1}{2}/(1\cdot 1)=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=60^\circ$.

**Câu 12:**

Mô hình nồng độ: $C(t)=C_0e^{-kt}$. Ở $t=5$ phút, $C=0,4C_0$:

$0,4C_0=C_0e^{-5k}\Rightarrow e^{-5k}=0,4\Rightarrow k=-\frac{\ln(0,4)}{5}$.

Thời gian bán huỷ $t_{1/2}$ khi $C(t_{1/2})=\frac{1}{2}C_0$. Tức

$C_0e^{-kt_{1/2}}=\frac{1}{2}C_0 \Rightarrow e^{-kt_{1/2}}=\frac{1}{2} \Rightarrow -kt_{1/2}=\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\ln(2)$.

$t_{1/2}=\frac{\ln(2)}{k}=\frac{\ln(2)}{-\frac{\ln(0,4)}{5}}=\frac{5\ln(2)}{-\ln(0,4)}$.

Do $\ln(0,4)$ là số âm $\Rightarrow$ kết quả dương. So sánh đáp án, thường thấy dạng: $\frac{5\ln(2)}{\ln(0,4)}$

(hiểu rằng chia cho $\ln(0,4)$ âm $\rightarrow$ ra số dương).

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

| **Câu 1** | **Câu 2** | **Câu 3** | **Câu 4** |
|---|---|---|---|
| a) Đ | a) Đ | a) Đ | a) Đ |
| b) Đ | b) Đ | b) Đ | b) Đ |
| c) Đ | c) Đ | c) S | c) S |
| d) S | d) Đ | d) S | d) Đ |

**Câu 1:**

Phương trình: $s(t)=\frac{1}{2}at^2+v_0t+s_0, \quad t\ge 0, a\ne 0.$

a) Vận tốc: $v(t)=s'(t)=at+v_0$ (bậc nhất). Đúng.

b) Gia tốc: $a(t)=v'(t)=a$ (không đổi). Đúng.

c) Nếu $v_0=0$, thì tại $t=0$, $v(0)=0$ $\rightarrow$ vật đứng yên lúc đầu. Đúng.

d) "Nếu $a<0$ thì vật chuyển động chậm dần đều, không phụ thuộc $v_0$." — Sai: Nếu $v_0<0$ và $a<0$ thì vật vẫn có thể tăng độ lớn vận tốc theo chiều âm.

**Câu 2:**

Hàm $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$.

a) Tập xác định: $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Đúng.

b) $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$. Đúng.

c) Đạo hàm: $g'(x)=\frac{(x+1)\cdot 1-(x-1)\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}>0$ (trừ x≠-1) ⇒ hàm đồng biến trên từng khoảng. Trên (1,+∞) thì chắc chắn (x+1)>2 ⇒ dương. Đúng.

d) $x=-1$ là tiệm cận đứng (vì mẫu=0). Đúng.

**Câu 3:**

Đa thức bậc 4: $P(x)=2x^4+(m-3)x^2+m^2+1$.

a) "Với mọi $m$, $P(x)$ luôn >0." Sai, vì m = 0 thì $P(x)=0$ có nghiệm.

b) $m=1$ ⇒ $P(x)=2x^4-2x^2+2$. Đặt $y=x^2\ge 0 \Rightarrow P(x)=2y^2-2y+2$. Kiểm tra $\Delta<0$ ⇒ không nghiệm => $x^2$ không có nghiệm thực => $P(x)$>0, không cắt trục ⇒ "đúng 2 nghiệm" là sai (thực tế là 0 nghiệm).

c) $m=-2$ ⇒ $P(x)=2x^4-5x^2+5$. Đặt $y=x^2\ge 0 \Rightarrow P(x)=2y^2-5y+5$. $\Delta=25-40=-15<0$ ⇒ vô nghiệm => $P(x)$>0 ⇒ không có 4 nghiệm thực. Sai.

d) "Tồn tại m để $P(x)=0$ vô số nghiệm." Muốn vô số nghiệm ⇒ đa thức ≡ 0 ⇒ hệ số phải 0 hết ⇒ 2=0 vô lý ⇒ Sai.

**Câu 4:**

$P(A)=0,7$, $P(B)=0,6$, $P(A\cup B)=0,9$.

a) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0,7+0,6-0,9=0,4.$ Đúng.

b) $P\left((A\cup B)^c\right)=1-0,9=0,1$ ⇒ $P\left(A^c\cap B^c\right)=0,1.$ Đúng.

c) $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{0,4}{0,6}=\dfrac{2}{3}\ne 0,5$. Sai.

d) $A,B$ độc lập $\Leftrightarrow$ $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)P\left(B\right)=0,42$. Ở đây 0,4≠0,42 ⇒ Sai.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

| **Câu** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Đáp án** | 118 | 1000 | 3 | 0,846 | 36 | 0,49 |

**Câu 1:**

Xét đường tròn $\left(C\right): x^2+\left(y-12\right)^2=1$.

Khi đó cung $\overset\frown{ACB}$ có phương trình $y=12+\sqrt{1-x^2}$ và cung $\overset\frown{ADB}$ có phương trình $y=12-\sqrt{1-x^2}$.

Thể tích $V$ của không khí chứa trong cổng chào chính bằng một nửa thể tích của vật tròn xoay khi cho đường tròn $\left(C\right)$ quay quanh trục $Ox$ sinh r**A.**

Ta có $V=\dfrac{1}{2}\pi\displaystyle\int_{-1}^{1}\left|\left(12+\sqrt{1-x^2}\right)^2-\left(12-\sqrt{1-x^2}\right)^2\right|dx$

$$V=24\pi\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}dx=12\pi^2\approx 118\left(m^3\right).$$

**Đáp án: 118**

**Câu 2:**

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập $x$ chiếc điện thoại là $f\left(x\right)=x\left(6\,000-3x\right)$.

Ta có: $f'\left(x\right)=-6x+6000$. Khi đó, $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=1000$

Bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$ là:

| $x$ | 0 | | 1000 | | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | - | |
| $f(x)$ | 0 | $\nearrow$ | 3000000 | $\searrow$ | 0 |

Vậy đại lí nhập cùng lúc $1000$ chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với $3\,000\,000\,000$ (đồng).

**Đáp án: 1000**

**Câu 3:**

Tam giác $BCD$ vuông tại $C$ nên $BC=3$, $CD=4$ là hai cạnh vuông góc, $BD=5$.

Giả sử đặt $C$ tại gốc toạ độ $\left(0,0,0\right)$, $B\left(3,0,0\right)$, $D\left(0,4,0\right)$. Khi đó mặt phẳng $BCD$ là mặt $z=0$.

$A$ có $AD \perp$ mặt $(BCD)$, $\overrightarrow{AD}$ song song trục $z$. Nếu $D$ ở $(0,4,0)$, thì $A$ phải cùng $(x,y)=(0,4)$, chỉ khác toạ độ $z$.

Biết thêm $AC=5$. Nhưng $C(0,0,0)$, nên $AC=\sqrt{(0-0)^2+(4-0)^2+(z-0)^2}=\sqrt{16+z^2}$. Muốn $AC=5$ thì $\sqrt{16+z^2}=5 \Rightarrow z=3$.

Do đó $A(0,4,3)$. Khoảng cách từ $A$ xuống phẳng $z=0$ (tức $(BCD)$) chính là $|z|=3$.

**Đáp án: 3**

**Câu 4:**

Tổng số cách chọn 4 máy từ 15 máy: $\binom{15}{4}$.Công thức? $C_{15}^4$

Trường hợp **0 lỗi**: Chọn 0/3 máy lỗi và 4/12 máy tốt. $\rightarrow C_3^0\, C_{12}^4$

Trường hợp **1 lỗi**: Chọn 1/3 máy lỗi và 3/12 máy tốt. $\rightarrow C_3^1\, C_{12}^3$

$$C_{15}^4=1365\,;C_3^0\,C_{12}^4=495\,;\ C_3^1\,C_{12}^3=3.220=660$$

Tổng hai khả năng: $495+660=1155$.

Xác suất: $\dfrac{1155}{1365}=\dfrac{11}{13}\approx 0,846$.

**Đáp án: 0,846**

**Câu 5:**

Số tiền người đó nhận được sau $n$ tháng là $40(1+0,52\%)^n$ (triệu đồng)

Ta có: $40(1+0,52\%)^n>48 \Leftrightarrow n>35,15$.

Vậy sau ít nhất 36 tháng thì người đó có nhiều hơn 48 triệu đồng.

**Đáp án: 36**

**Câu 6:**

Xét các biến cố: *A*: " Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền";

*B*: " Chọn được học sinh nữ".

Theo giả thiết, ta có: $P(A)=0,6; P(\overline{A})=0,4; P(B|A)=0,65; P(B|\overline{A})=0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,6.0,65+0,4.0,25=0,49.$$

**Đáp án: 0,49**