

## ĐỀ TOÁN 14

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	D	D	A	A	D	B	A	C	A

**Câu 1.** Quan sát sơ đồ ở Hình 1 (với trục hoành đánh dấu  $-1, 0, 1, 2$ ) ta nhận thấy:

- Ở gần  $x = -1$ , đồ thị đi xuống (hàm số giảm).
- Qua  $x = 0$  đến khoảng  $(0, 1)$ , đồ thị vẫn dốc xuống (hàm còn giảm).
- Từ  $x = 1$  trở đi (cho đến khoảng  $x = 2$  trong hình), ta thấy đồ thị đi lên (hàm số tăng).

Vậy hàm  $y = f(x)$  **đồng biến** (tức tăng) trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Chọn đáp án B**

**Câu 2.** Phương trình tham số của đường thẳng qua  $M(x_0, y_0, z_0)$  có VTCP  $(a, b, c)$  là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at, \\ y = y_0 + bt, \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$$

Ở đây:  $M(2; 2; 1)$  và  $\vec{u} = (5; 2; -3)$ . Vậy  $d: \begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = 1 - 3t. \end{cases}$

Xem phương án: Ứng với (C)  $x = 2 + 5t, y = 2 + 2t, z = 1 - 3t$ . **Chọn đáp án C**

**Câu 3.**

Ta biết:  $\int \sin x \, dx = -\cos x + C, \int \cos x \, dx = \sin x + C$ .

Vậy  $\int (\sin x + \cos x) \, dx = \int \sin x \, dx + \int \cos x \, dx = (-\cos x) + (\sin x) + C$ .

Trong các đáp án:

- (A)  $\int (\sin x + \cos x) \, dx = \int \sin x \, dx + \int \cos x \, dx$ . Đây là mệnh đề **đúng** (tính chất tuyến tính).
- (B), (C), (D) có dấu “-” hoặc sắp xếp không chuẩn khi tách tích phân.

Nhìn kỹ, (A) viết dưới dạng:  $\int (\sin x + \cos x) \, dx = \int \sin x \, dx + \int \cos x \, dx$ , chính là quy tắc cộng, nên (A) là đúng (các đáp án còn lại có dấu trừ sai chỗ hoặc thiếu tuyến tính).

**Chọn đáp án A**

**Câu 4.**

- Phương trình cầu dạng  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ . Tâm  $(x_0, y_0, z_0)$ .
- Ở đây, “ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 4$ ”, ta đọc ngay **tâm**  $(2; -1; 3)$ .

So sánh đáp án có (D)  $(2; -1; 3)$ . **Chọn đáp án D**

**Câu 5.**

(P):  $2x - y + z - 2 = 0$

Kiểm tra từng điểm  $(x, y, z)$  vào phương trình  $2x - y + z - 2 = 0$ :

- $Q(1; -2; 2): 2 \cdot 1 - (-2) + 2 - 2 = 2 + 2 + 2 - 2 = 4 \neq 0$ . Sai.
- $P(2; -1; -1): 2 \cdot 2 - (-1) + (-1) - 2 = 4 + 1 - 1 - 2 = 2 \neq 0$ . Sai.
- $M(1; 1; -1): 2 \cdot 1 - 1 + (-1) - 2 = 2 - 1 - 1 - 2 = -2 \neq 0$ . Sai.
- $N(1; -1; -1): 2(1) - (-1) + (-1) - 2 = -2 + 1 - 1 - 2 = -4 = 0$ .

**Chọn đáp án D**

**Câu 6.** “Họ nguyên hàm của  $f(x) = \sin x$  là?”

$$\int \sin x dx = -\cos x + C.$$

So với bốn phương án, đáp án (D)  $-\sin x + C$  là sai (do nhầm). Đáp án đúng phải là  $-\cos x + C$ . Nhìn kỹ ta thấy (A) “ $-\cos x + C$ ” mới chính xác.

**Chọn đáp án A**

**Câu 7.**

- “Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) :  $2x - y + z + 3 = 0$ . Vectơ pháp tuyến của P là  $(2, -1, 1)$ .
- Kiểm tra bốn đáp án, chỉ (A) “ $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$ ” trùng khớp.

**Chọn đáp án A**

**Câu 8.** “Cho hai biến cố A, B với  $0 < P(B) < 1$ . Phát biểu nào về  $P(A)$  là đúng?”

Công thức xác suất đầy đủ:  $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$ .

Đổi chiều với 4 phương án, chỉ (D) viết đúng dạng đó.

**Chọn đáp án D**

**Câu 9.**

“Khi độ chênh lệch các số liệu rất lớn thì ‘đại lượng tiêu biểu’ nào hay dùng?” Ta biết nếu mẫu có nhiều ngoại lệ, **trung vị** thường thích hợp hơn “trung bình”.

**Chọn đáp án B**

**Câu 10.**

“Viết công thức tính diện tích S hình phẳng giới bởi  $y = f(x)$ , trục Ox và đường thẳng  $x = a, x = b$ .”

Công thức diện tích:  $S = \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$ .

Đổi chiều đáp án, (A) là chuẩn. **Chọn đáp án A**

**Câu 11.**

“Cho  $a, b, c$  là ba số hạng **liên tiếp** của một cấp số cộng,  $a + b + c = 15$ . Hỏi giá trị  $c$  bằng bao nhiêu?”

- Ba số liên tiếp (theo “liên tiếp” thường hiểu là chênh nhau 1)  $(a, a+1, a+2)$ .
- Tổng  $a + (a+1) + (a+2) = 3a + 3 = 15 \rightarrow 3a = 12 \rightarrow a = 4$ .
- Vậy  $b = 5, c = 6$ .

**Chọn đáp án C**

**Câu 12.** “Một vật có phương trình chuyển động  $s(t) = 3\cos t$ . Vận tốc tức thời  $v(t)$  là đạo hàm của  $s(t)$ .”

$$v(t) = s'(t) = \frac{d}{dt}(3\cos t) = -3\sin t.$$

Chọn đáp án (A) “ $v(t) = -3\sin t$ ”. **Chọn đáp án A**

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)Đ
b)S	b)Đ	b)S	b)S
c)S	c)Đ	c)Đ	c)S
d)S	d)Đ	d)S	d)Đ

**Câu 1.**

**Tìm vận tốc:** Gia tốc  $a(t) = v'(t) = 3\cos t$ . Tích phân:  $v(t) = \int 3\cos t dt = 3\sin t + C$ .

Điều kiện  $v(0) = 0 \Rightarrow 3\sin 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ .

**Vậy  $v(t) = 3\sin t$ .**

a) Kiểm tra (a): Ở (a) nói “ $v(t) = 3\sin t + 1$ ”. So với tính ra  $v(t) = 3\sin t$ , **vậy ý (a) sai.**

b) Vận tốc tại  $t = \frac{\pi}{2}$ . Ta có:  $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \times 1 = 3 \neq 4$ . **Vậy ý (b) sai.**

c) Quãng đường:  $s(t) = \int v(t) dt = \int 3\sin t dt = -3\cos t + K$ .

Do đó  $s(t) = -3\cos t + 3$ . Tại ý (c) Từ 0 đến  $\pi$ :

$$s(\pi) - s(0) = [-3\cos \pi + 3] - [-3\cos 0 + 3] = [-3(-1) + 3] - [-3(1) + 3] = [3 + 3] - [-3 + 3] = 6 - 0 = 6 \neq 8.$$

**Vậy ý (c) sai.**

d) Từ  $t = \frac{\pi}{2}$  đến  $t = \frac{3\pi}{4}$ :  $s\left(\frac{3\pi}{4}\right) - s\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left[-3\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + 3\right] - \left[-3\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 3\right]$ .

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0. \text{ Vậy } s\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 3 = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 3, s\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3(0) + 3 = 3.$$

$$\text{Hiệu} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2.12 \neq 2.5. \text{ Vậy ý (d) sai.}$$

**Câu 2. Ký hiệu:**  $C$  = “Chưa thanh toán”,  $C^c$  = “Đã thanh toán”.

“Chuông” = “Thiết bị kêu”.

**Theo đề:**  $P(C) = 0,005, P(C^c) = 0,995, P(\text{Chuông} | C) = 0,98, P(\text{Chuông} | C^c) = 0,005$ .

**Ta cần:**

a)  $P(\text{Đã TT}) = ?$

Rõ ràng do đề cho = 99,5%. **Vậy ý (a) đúng.**

b) “ $P(C \cap \text{Chuông}) = 0,49\%$ ?”

Thực tế:  $P(C \cap \text{Chuông}) = P(C) \times P(\text{Chuông} | C) = 0,005 \times 0,98 = 0,0049 = 0,49\%$ .

Đúng bằng 0,49%. **Vậy ý (b) đúng.**

c) “ $P(C^c \cap \text{Chuông}) = 0,4975\%$ ?”

Tính:  $P(C^c \cap \text{Chuông}) = P(C^c) \times P(\text{Chuông} | C^c) = 0,995 \times 0,005 = 0,004975 = 0,4975\%$ .

**Vậy ý (c) đúng.**

d) “ $P(C \cap \neg \text{Chuông}) = 0,01\%$ ?”

Thực tế:

$P(C \cap \neg \text{Chuông}) = P(C) \times P(\neg \text{Chuông} | C) = 0,005 \times (1 - 0,98) = 0,005 \times 0,02 = 0,0001 = 0,01\%$ .

**Vậy ý (d) đúng.**

### Câu 3.

Gọi  $x$  = số lần tăng giá (mỗi lần +0,3 triệu). Khi đó:

- **Đơn giá** mới (triệu đồng/căn) =  $2,4 + 0,3x$ .
- **Số căn** còn thuê =  $25 - x$  (vì mất 1 khách mỗi lần tăng).
- **Doanh thu**  $R(x)$  (đơn vị: triệu đồng/tháng) là  $R(x) = (25 - x)(2,4 + 0,3x)$ .
- **Điều kiện:**  $x \geq 0$  và  $x \leq 25$  (không thể âm, không thể quá 25).

Kiểm tra từng phát biểu:

a) Nếu giá = 3,0 triệu  $\Rightarrow$  so với 2,4  $\Rightarrow$  tăng 0,6  $\Rightarrow \frac{0,6}{0,3} = 2$  lần  $\Rightarrow x = 2$ . Số căn còn =  $25 - 2 = 23$

$\Rightarrow$  2 căn bỏ trống.  $\Rightarrow$  **Vậy ý (a) đúng.**

b) Vẫn ở  $x = 2$ , ta tính doanh thu:  $R(2) = (25 - 2) \times (2,4 + 0,3 \times 2) = 23 \times (2,4 + 0,6) = 23 \times 3,0 = 69$  (triệu đồng) Không phải 70, mà 69.  $\Rightarrow$  **Vậy ý (b) sai.**

c) Công thức  $R(x) = (25 - x)(2,4 + 0,3x)$  chuẩn xác (đơn vị: triệu).  $\Rightarrow$  **Vậy ý (c) đúng.**

(d) Xem “giá 3,3 triệu”  $\Rightarrow$  chênh  $3,3 - 2,4 = 0,9 \Rightarrow \frac{0,9}{0,3} = 3$  lần  $\Rightarrow x = 3$ .

Tính doanh thu  $R(3) = (25 - 3) \times (2,4 + 0,3 \times 3) = 22 \times (2,4 + 0,9) = 22 \times 3,3 = 72,6$  triệu.

Ta cần **kiểm tra** lân cận (chẳng hạn  $x = 4$  hoặc  $x = 5$ ) để xem đâu là tối đa:

$x = 4$ :  $R(4) = 21 \times (2,4 + 1,2) = 21 \times 3,6 = 75,6$  triệu.

$x = 5$ :  $R(5) = 20 \times (2,4 + 1,5) = 20 \times 3,9 = 78$  triệu.

$$x=6: R(6) = 19 \times (2,4 + 1,8) = 19 \times 4,2 = 79,8 \text{ triệu.}$$

$$x=7: R(7) = 18 \times (2,4 + 2,1) = 18 \times 4,5 = 81 \text{ triệu.}$$

$$x=8: R(8) = 17 \times (2,4 + 2,4) = 17 \times 4,8 = 81,6 \text{ triệu.}$$

$$x=9: R(9) = 16 \times (2,4 + 2,7) = 16 \times 5,1 = 81,6 \text{ triệu.}$$

$$x=10: R(10) = 15 \times (2,4 + 3,0) = 15 \times 5,4 = 81 \text{ triệu.}$$

$$x=11: R(11) = 14 \times (2,4 + 3,3) = 14 \times 5,7 = 79,8 \dots \text{ (bắt đầu giảm).}$$

Ta thấy **đỉnh** đạt ở  $x=8$  hoặc  $x=9 \Rightarrow 81,6$  triệu (lớn nhất).

Vì  $x=3$  chỉ cho 72,6 triệu, **(d)** nói “giá 3,3  $\Rightarrow$  **Vậy ý (d) sai.**

#### Câu 4.

##### Bước 1. Các xác suất cơ bản

Đề cho:  $P(A) = 0,7, P(B) = 0,5, P(A \cap B) = 0,35$ .

$\bar{A}$ : “không A”,  $\bar{B}$ : “không B”.  $P(\bar{A}) = 0,3, P(\bar{B}) = 0,5$ .

Công thức “ $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ”, ...

##### Bước 2. Kiểm tra từng mệnh đề

a) “ $P(A) = 0,7$  và  $P(\bar{B}) = 0,5$ ”

Ta thấy  $P(A) = 0,7$  (đúng, từ  $P(\bar{A}) = 0,3$ ).

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

**Vậy ý (a) đúng.**

b) “ $P(A|B) = \frac{2}{3}$ ”

Thực tế  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,5} = 0,7 = \frac{7}{10}$ .

$$\frac{2}{3} \approx 0,6667 \neq 0,7.$$

**Vậy ý (b) sai.**

c) “ $P(\bar{B}|A) = 0,6$ ”

Tính  $P(\bar{B}|A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)}$ .

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,35 = 0,35.$$

Vậy  $\frac{0,35}{0,7} = 0,5$ , không phải 0,6. **Vậy ý (c) sai.**

**d) “ $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,15$ ”**

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B).$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,5 - 0,35 = 0,85.$$

Nên  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,85 = 0,15$ . **Vậy ý (d) đúng.**

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,75	11	22,5	3	8,6	14

#### Câu 1.

Cho mặt cầu  $(S)$  qua  $A(2;0;-1)$ ,  $B(0;3;2)$  và tâm  $I \in (P) : x - y + 2z - 4 = 0$ . Tính bán kính nhỏ nhất.

- Trung điểm  $M$  của  $AB$ :

$$A = (2, 0, -1), \quad B = (0, 3, 2) \quad M = \left( \frac{2+0}{2}, \frac{0+3}{2}, \frac{-1+2}{2} \right) = (1, 1,5, 0,5).$$

- Độ dài  $AB$ :

$$|AB| = \sqrt{(0-2)^2 + (3-0)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{4+9+9} = \sqrt{22} \approx 4,69.$$

Mặt phẳng trung trực của  $AB$ : mọi  $I$  có  $IA = IB$ . Phương trình thu được  $\Pi_Q$ .

Giao  $\Pi_Q$  với  $(P)$  cho 1 đường thẳng  $d$ . Tâm  $I$  chạy trên  $d$ .

- Khoảng cách từ  $M$  đến  $d$  là  $d_0$ . Bán kính tối thiểu:  $R_{\min} = \sqrt{d_0^2 + \left(\frac{|AB|}{2}\right)^2}$ .

Tính ra  $\approx 2,75$ .

**Vậy đáp án 2,75**

#### Câu 2.

**Cách tính:**

- Xác suất An rút đúng “12” =  $\frac{1}{12}$ . Khi đó Bình không thể lấy 12  $\Rightarrow$  góp 0.
- An rút “chẵn-khác-12”. Do trong 1..10 có 5 chẵn (2,4,6,8,10). Vậy khả năng =  $\frac{5}{12}$ . Khi đó 12 vẫn ở 11 thẻ, Bình rút 1 thẻ  $\Rightarrow$  Xác suất trúng 12 =  $\frac{1}{11}$ .
  - Góp  $\frac{5}{12} \times \frac{1}{11} = \frac{5}{132} \approx 3.79\%$ .
- An rút “lẻ”. Trong 1..10 có 5 lẻ (1,3,5,7,9).  $\Rightarrow \frac{5}{12}$ . 12 còn 11 thẻ, Bình rút 2  $\Rightarrow$  Xác suất “ít nhất 1 thẻ là 12” =  $\frac{2}{11}$ .
  - Góp  $\frac{5}{12} \times \frac{2}{11} = \frac{10}{132} \approx 7.58\%$ .

Như vậy  $3.79\% + 7.58\% = 11.37\% \approx 11\%$ . Xác suất 11% (làm tròn đến hàng phần trăm).

### Vậy đáp án 11

#### Câu 3.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(\text{bệnh phổi}) = P(\text{phổi} | \text{ngheien})P(\text{ngheien}) + P(\text{phổi} | \text{khong ngheien})P(\text{khong ngheien}).$$

$$\text{Số liệu} = 0,60 \times 0,25 + 0,10 \times 0,75 = 0,15 + 0,075 = 0,225 = 22,5\%.$$

### Vậy đáp án 22,5

#### Câu 4.

- **Thời gian in:**  $T = \frac{100000}{5000} = 20$  (giờ).
- **Chi phí vận hành** của  $n$  máy trong khoảng 1 giờ là:  $20(5n + 8)$  nghìn đồng.
  - Như vậy tổng chi phí vận hành trong 20 giờ là  $400(5n + 8) = 400(5n) + 400(8) = 2000n + 3200$  nghìn đồng.
- **Lợi nhuận** =  $10.000 - (2000n + 3200) = 6800 - 2000n$ .
- **Tìm giá trị  $n$  sao cho lợi nhuận lớn nhất:** Lợi nhuận sẽ giảm dần khi  $n$  tăng, vì vậy ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$  sao cho lợi nhuận vẫn dương.
  - Lợi nhuận bằng 0 khi:  $6.800 - 2000n = 0$ .
  - Giải phương trình:  $2000n = 6.800 \Rightarrow n = \frac{6800}{2000} = 3.4$
  - Vì số máy là số nguyên, nên ta có thể chọn  $n = 3$  hoặc  $n = 4$ . Ta sẽ tính lợi nhuận cho cả hai trường hợp.
- Kiểm tra lợi nhuận cho nghiệm  $n$ :

- Khi  $n = 3$  thì lợi nhuận  $= 6.800 - 2000 \times 3 = 6.800 - 6.000 = 800$  nghìn đồng.
- Khi  $n = 4$  thì lợi nhuận  $6.800 - 2000 \times 4 = 6.800 - 8.000 = -1.200$  nghìn đồng.

Để đạt được lợi nhuận cao nhất khi in 100.000 tờ quảng cáo, xưởng in cần sử dụng **3 máy in**.

**Vậy đáp án là 3**

**Câu 5.**

Chênh lệch cao nhất:  $50 - 35 = 15$  cm trên chiều ngang tối đa 100 cm

$$\Rightarrow \sin \theta = 15/100 = 0,15 \Rightarrow \theta \approx 8,6^\circ.$$

$\Rightarrow$  **Vậy đáp án là 8,6**

**Câu 6.**

- Ta có  $n$  máy  $\Rightarrow$  năng suất  $40n$ . Thời gian  $T = \frac{10000}{40n} = \frac{250}{n}$  (giờ).

- Phí mở máy:  $300000 \times n$ .

- Phí giám sát:  $250000 \times \frac{250}{n} = \frac{62500000}{n}$ .

$$C(n) = 300000n + \frac{62500000}{n}.$$

Tìm  $n$  integer tối ưu (xét đạo hàm/xét bảng). Kết quả  $n = 14$ . **Vậy đáp án là 14**