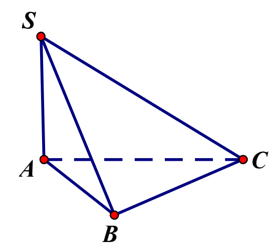
ĐỀ TOÁN 13
ĐÁP ÁN VÀ GIẢI THÍCH CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	A	C	D	B	C	D	A	C	B	D	D

Câu 1:



Vì SA vuông góc với đáy (ABC) nên $SA \perp AB \Rightarrow d(S, AB) = SA = 2a$. **Chọn đáp án C**

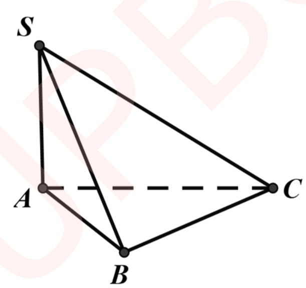
Câu 2: Ta có $f'(2) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. **Chọn đáp án A**

Câu 3:

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1;1]$ bằng -2.

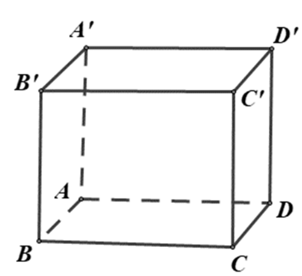
Chọn đáp án C

Câu 4:



Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$. **Chọn đáp án D**

Câu 5:



Ta có $A'A \perp (ABCD)$ nên $d(A', (ABCD)) = A'A = a$. **Chọn đáp án B**

Câu 6: Có $10 + 20 = 30$ cách chọn một học sinh. **Chọn đáp án C**

Câu 7: Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **Chọn đáp án D**

Câu 8: Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$. **Chọn đáp án A**

WEUPBOOK

Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_2 x = 3$ là: $x = 8$. **Chọn đáp án C**

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3,\ u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là 2. **Chọn đáp án B**

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định sai là: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$. **Chọn đáp án D**

Câu 12: Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	**Tần số**
$[25;35)$	10
$[35;45)$	7
$[45;55)$	5
$[65;75)$	9
$[75;85)$	9
	$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \dfrac{30.9 + 40.7 + 50.5 + 60.10 + 70.9}{40} = 50,75$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{9.(30-50,75)^2 + 7.(40-50,75)^2 + 5.(50-50,75)^2 + 10.(60-50,75)^2 + 9.(70-50,75)^2}{40}$$

$$= 221,9375$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{221,9375} \approx 14,9$. **Chọn đáp án D**

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	**Câu 2**	**Câu 3**	**Câu 4**
a)Đ	a)Đ	a)Đ	a)Đ
b)S	b)S	b)S	b)Đ
c)Đ	c)Đ	c)S	c)S
d)Đ	d)S	d)Đ	d)Đ

Câu 1. Đáp án: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Đúng

$y' = 3x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Đúng.

B. Sai. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1

C. Đúng. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$

D. Đúng. $y(-2) = -1$, $y(-1) = 3$, $y(1) = -1$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;1]$ bằng 3

Câu 2. Đáp án: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai

A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t\,(m)$.

WEUPBOOK

Ta có $s(t)=\int v(t)\,\mathrm{d}t=\int(-10t+30)\,\mathrm{d}t=-5t^2+30t+C$. Do $s(0)=0$ nên $C=0$.

Vậy $s(t)=-5t^2+30t\ (m)$. » **Chọn** ĐÚNG

B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t)=0\Leftrightarrow -10t+30=0\Leftrightarrow t=3$. » **Chọn** SAI

C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là $45\ (m)$.

Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là

$s(3)=-5.3^2+30.3=45\ (m)$. » **Chọn** ĐÚNG

D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $120\ (m)$. Ta có $108\ km/h=30\ m/s$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $30+45=75\ (m)$. » **Chọn** SAI

Câu 3. Đáp án: a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng

a) Điều kiện để bất phương trình có nghĩa là $\begin{cases}x+y>0\\x-y>0\end{cases}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $f(x,y)=\log_4(x+y)+\log_4(x-y)=\log_4(x^2-y^2)$, suy ra mệnh đề **sai**.

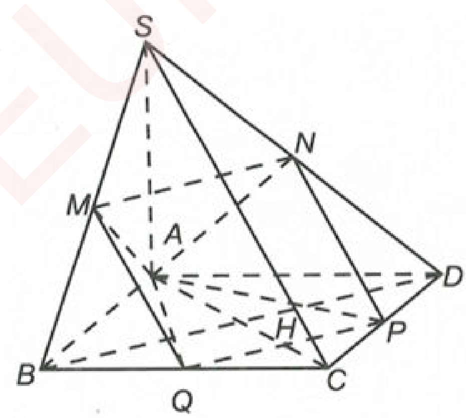
c) Ta thấy $x-y=8-16=-8<0$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $\log_4(x+y)+\log_4(x-y)\ge 1\Leftrightarrow x^2-y^2\ge 4\Rightarrow x\ge\sqrt{y^2+4}$

Do đó $P\ge 2\sqrt{y^2+4}-y=f(y)$. Khi đó $P'=\dfrac{2y}{\sqrt{y^2+4}}-1=0\xrightarrow{y>0}y=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Suy ra $P_{\min}=2\sqrt{3}$. suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4:



a) Ta có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}$. Suy ra mệnh đề **đúng.**

b) Từ giả thiết có $S_{ABC}=S_{ACD}=\dfrac{a^2}{2}$; $SA\perp(ABCD)$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}$; $V_{S.ACD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ACD}\Rightarrow V_{S.ABC}=V_{S.ACD}$. Suy ra mệnh đề **đúng.**

c) Ta có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=a$. Suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$. Vậy mệnh đề **sai.**

d) Ta có $\begin{cases} MN \,//\, PQ \\ MN = PQ \end{cases}$. Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành; mặt khác, ta có:

$\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$; mà $\begin{cases} PQ \,//\, BD \\ PN \,//\, SC \end{cases} \Rightarrow PN \perp PQ$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$

Do $SM \cap (APQ) = B$ nên ta có:

$\dfrac{d(M;(AQP))}{d(S;(AQP))} = \dfrac{MB}{AB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(M;(AQP)) = \dfrac{1}{2} d(S;(AQP)) = \dfrac{1}{2} SA = \dfrac{a}{2}$.

$S_{\Delta AQP} = \dfrac{1}{2} AH.QP = \dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{4} AC.\dfrac{1}{2} BD = \dfrac{3}{16} AC.BD = \dfrac{3}{16}\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{3}{8} a^2$. Với $H = AC \cap PQ$.

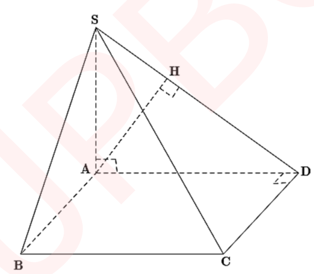
Ta có $V_{A.MNPQ} = 2V_{A.MQP} = 2V_{M.AQP}$, mà $V_{M.AQP} = \dfrac{1}{3} d(M;(AQP)).S_{\Delta AQP} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{3}{8} a^2 = \dfrac{a^3}{16}$.

Vậy $V_{A.MNPQ} = 2V_{M.AQP} = 2.\dfrac{a^3}{16} = \dfrac{a^3}{8}$. Suy ra mệnh đề **đúng.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,5	140	53,9	7,5	106	0,4

Câu 1.



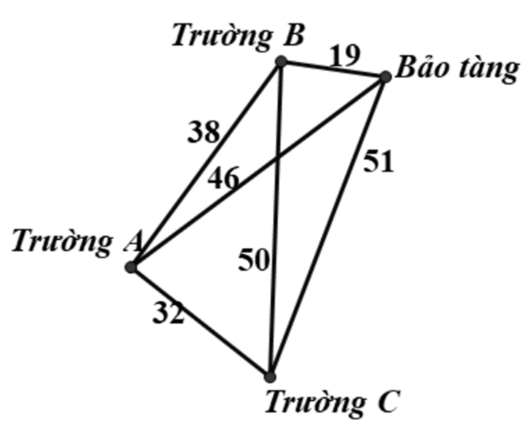
Trong (SAD), gọi H là hình chiếu của A đến đường thẳng SD. Khi đó $AH \perp SD(1)$.

Mặt khác $DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH(2)$.

Từ $(1)(2) \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = AH = \dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + SD^2}} = \dfrac{1}{2} = 0,5$.

Đáp án: 0,5

Câu 2.

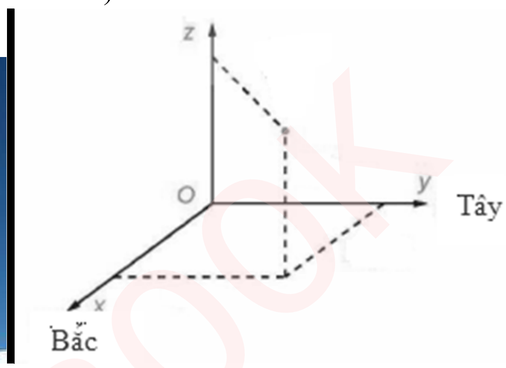


Từ viện bảo tàng, thời gian di chuyển đến trường **B** là ngắn nhất: 19 phút.
Từ trường **B**, thời gian di chuyển đến trường **A** là ngắn nhất: 38 phút.
Từ trường **A**, thời gian di chuyển đến trường C là ngắn nhất: 32 phút.
Đến đây, không còn địa điểm nào chưa đi qua nên quay lại viện bảo tàng với thời gian di chuyển: 51 phút. Do đó, chu trình xuất phát từ viện bảo tàng, qua trường B, trường A, trường C rồi quay lại viện bảo tàng có thời gian đi là ít nhất và thời gian đi là: 19 + 38 + 32 + 51 = 140 (phút).

Đáp án: 140

Câu 3.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (Như hình vẽ).

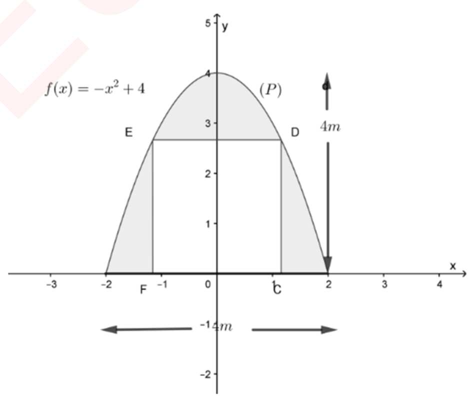
Chiếc máy bay có tọa độ $(50;20;1)$.

Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát là: $\sqrt{50^2+20^2+1^2} \approx 53,9(km)$

Đáp án: $53,9(km)$

Câu 4.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy, như hình vẽ thì phương trình của đường cong (P) cánh cổng là $y=f(x)=-x^2+4$.



Từ hình vẽ, ta có parabol (P) có dạng: $y=ax^2+bx+c$; $a,b,c\in\mathbb{R}$.

Do (P) có đồ thị là parabol có đỉnh $(0;4)$ và đi qua điểm có tọa độ là $(2;\,0)$ nên

$$\begin{cases} b=0 \\ c=4 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=4 \end{cases}$$. Vậy (P) có phương trình $y=-x^2+4$.

WEUPBOOK

Theo giả thiết điểm D thuộc đồ thị (P) có tung độ bằng 2 suy ra hoành độ là nghiệm phương trình $-x^2+4=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$. Theo đồ thị điểm D có hoành độ dương nên $D\left(\sqrt{2};2\right)$

Chiều rộng của cửa là $CF=2.OD=2\sqrt{2}\,(m)$.

Ta có, diện tích của (P) tạo với trục hoành là: $S=\int_{-2}^{2}\left(-x^2+4\right)\mathrm{d}x=\dfrac{32}{3}m^2$.

Diện tích hình chữ nhật $CDEF$ là $S_{CDEF}=2.2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

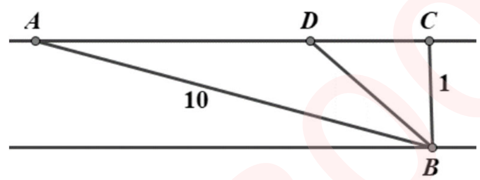
Diện tích cần trang trí là $S_1=S-S_{CDEF}=\dfrac{32}{3}-4\sqrt{2}=\dfrac{32-12\sqrt{2}}{3}$.

Chi phí để trang trí phần tô đậm là $\left(\dfrac{32-12\sqrt{2}}{3}\right).1,5=7,514718626$ (đồng)

Số tiền gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm là $7,5$ (triệu đồng)

Đáp án: $7,5$ (triệu đồng)

Câu 5.



Gọi A là mục tiêu; B là vị trí chiến sỹ và BD là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m suy ra $BC=1; AB=10;\ AC=3\sqrt{11}$

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là một đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc.

Gọi x là quãng đường chiến sỹ bơi suy ra $BD=x$

Vậy quãng đường chiến sỹ chạy là $AD=AC-CD=3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}$

Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là: $t=\dfrac{3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}}{3}+\dfrac{x}{1}=\sqrt{11}-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$

Xét hàm $f(x)=\sqrt{11}-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$ có $f'(x)=1-\dfrac{1}{3}\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\,(thoa\ man) \\ x=-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\,(loai) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	1		$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi $f(x)_{\min} \Rightarrow x=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sỹ phải bơi $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}.100=75\sqrt{2}\,(m)\approx 106\,(m)$.

Đáp án: $106(m)$

Câu 6.

Gọi A:"Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp II" và

B:"Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 1 quả màu vàng".

Ta có $\overline{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp I, trong đó có đúng 2 quả màu vàng".

TH1. B xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả bóng bàn ở hộp I là C_5^4, có 1 cách lấy 3 quả trắng và 2 cách lấy 1 quả vàng. Ta có $P(B)=\frac{1.2}{C_5^4}=\frac{2}{5}$.

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 9 quả màu trắng và 5 quả màu vàng.

Do đó $P(A|B)=\frac{5}{14}$.

TH2. $\overline{B}$ xảy ra

+) Số cách lấy 4 quả ở hộp I là C_5^4, có C_3^2 cách lấy ra 2 quả trắng và 1 cách lấy ra 2 quả màu vàng từ hộp I. Ta có $P(\overline{B})=\frac{C_3^2.1}{C_5^4}=\frac{3}{5}$ hoặc có thể tính $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$.

+) Sau khi bỏ 4 quả ở hộp I sang hộp II thì hộp II sẽ có 8 quả màu trắng và 6 quả màu vàng.

Vậy $P(A|\overline{B})=\frac{6}{14}=\frac{3}{7}$.

Cuối cùng áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{5}{14}+\frac{3}{5}.\frac{3}{7}=0,4$$

Đáp án: $0,4$

WEUPBOOK